Ćwiczenia dziewiąte*
Badania operacyjne
kierunek: matematyka, studia I°
specjalność: matematyka finansowa

dr Jarosław Kotowicz

Zadanie 1. *Trzech dostawców dostarcza surowiec do przerobu do trzech zakładów. Znane są funkcje określające koszty produkcji w zależności od wielkości przerobu w poszczególnych zakładach. Podaż dostawców oraz jednostkowe koszty transportu podano w tabeli. Funkcje kosztów dla poszczególnych zakładów są następujące:* $f_1(x) = 2x_1 + x_1^2$, $f_2(x) = 2x_2 + 0{,}1x_2^2$, $f_3(x) = x_3 + 0{,}05x_3^2$. *Należy podać taki plan dostaw surowców, aby łączny koszt transportu i przerobu był minimalny.*

	Z_1	Z_2	Z_3	Podaż
D_1	6	9	5	30
D_2	7	5	3	20
D_3	5	2	9	20

Zadanie 2. *Trzech dostawców dostarcza surowiec do przerobu do trzech zakładów. Znane są funkcje określające koszty produkcji w zależności od wielkości przerobu w poszczególnych zakładach. Podaż dostawców oraz jednostkowe koszty transportu podano w tabeli. Funkcje kosztów dla poszczególnych zakładów są następujące:* $f_1(x) = 2x_1 + x_1^2$, $f_2(x) = 2x_2 + 0{,}05x_2^2$, $f_3(x) = x_3 + 0{,}05x_3^2$. *Należy podać taki plan dostaw surowców, aby łączny koszt transportu był minimalny.*

	Z_1	Z_2	Z_3	Podaż
D_1	6	10	9	30
D_2	10	10	11	30
D_3	12	7	8	40

Zadanie 3. *Dwóch dostawców dostarcza surowiec do przerobu do trzech zakładów. Znane są funkcje określające koszty produkcji w zależności od wielkości przerobu w poszczególnych zakładach. Podaż dostawców oraz jednostkowe koszty transportu podano w tabeli. Funkcje kosztów dla poszczególnych zakładów są następujące:* $f_1(x) = 2x_1 + 0{,}5x_1^2$, $f_2(x) = 7x_2 + 0{,}5x_2^2$, $f_3(x) = 5x_3 + x_3^2$. *Należy podać taki plan dostaw surowców, aby łączny koszt transportu był minimalny. Obliczyć kosztu przerobu w poszczególnych zakładach.*

	Z_1	Z_2	Z_3	Podaż
D_1	3	4	6	5
D_2	3	2	2	4

Zadanie 4. *Rozwiąż zagadnienie programowania nieliniowego:*

$$\begin{aligned} FC: &\quad x_1^2 - 17x_1 + 3x_2^2 - 3x_1x_2 + 90 \to \min \\ WO: &\quad 2x_1 + 4x_2 = 60 \\ &\quad x_1, x_2 \geqslant 0. \end{aligned}$$

Zadanie 5. *Rozwiąż zagadnienie programowania nieliniowego:*

$$\begin{aligned} FC: &\quad x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 2x_2 + 5 \to \min \\ WO: &\quad 2x_1 + x_2 \leqslant 2 \\ &\quad x_1, x_2 \geqslant 0. \end{aligned}$$

Zadanie 6. *Rozwiąż zagadnienie programowania nieliniowego:*

$$\begin{aligned} FC: &\quad -\ln x_1 - 2\ln x \to \min \\ WO: &\quad x_1 + x_2 = 3 \\ &\quad x_1, x_2 \geqslant 0. \end{aligned}$$

Zadanie 7. *Przedsiębiorstwo korzysta z dwóch bocznic: własnej i PKP. Koszty związane z postojem wagonów wyraża następująca funkcja: $f(t_1, t_2) = 0{,}25t_1^2 + 3t_1 + 0{,}5t_2^2 + 4t_2$ gdzie t_1 oznacza czas trwania wyładunku na bocznicy własnej, t_2 oznacza czas trwania wyładunku na bocznicy PKP. Pociągi towarowe wożące surowiec mają w swym składzie 100 wagonów. Dzienna zdolność przeładunkowa bocznicy własnej wynosi 10 wagonów, a bocznicy PKP 20 wagonów. Jak należy rozdzielić wagony między obie bocznice, aby koszt związany z postojowym był możliwie najniższy? Ile dni będzie trwał wyładunek na bocznicy własnej, a ile na bocznicy PKP? Jaki będzie koszt postojowego?*

Zadanie 8. *Rozdzielić dzienną produkcję energii 100 MWh między dwie elektrociepłownie tak, aby dzienne koszty zużycia paliwa opisane funkcją: $f(x_1, x_2) = 2(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2$, gdzie x_i oznacza zużycie w i-tej elektrociepłowni, były najniższe. Wiadomo ponadto, że z 1 tony paliwa w elektrowni pierwszej otrzymuje się 5 MWh, a z drugiej 3 MWh. Podać dzienne koszty zużycia paliwa w tych elektrowniach.*

Zadanie 9. *Dwie olejarnie o zdolnościach produkcyjnych 10 t i 15 t ziarna dziennie mają przerobić 1800 t ziarna na olej. Straty oleju w ziarnie zależą od czasu składowania, jak również od stosowanych procesów technologicznych uzysku oleju z surowca. Funkcja łącznych strat oleju dla obydwu olejarni dana jest wzorem: $f(t_1, t_2) = t_1^2 + 20t_1 + 3t_2^2 + 45t_2$, gdzie t_i oznacza czas trwania kampanii w i-tej olejarni. Jak długo powinny trwać kampanie w każdej olejarni, aby straty były najniższe?*

Zadanie 10. *Dwa wyroby produkowane są z tego samego surowca, którego zapas 12 000 t powinien zostać w pełni zużyty. Na 1 000 sztuk wyrobu A zużywa się 2 t surowca, na 1 000 sztuk wyrobu B 1 t surowca. Ustalić wielkość produkcji tak, aby zminimalizować funkcję kosztu jednostkowego określoną wzorem: $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 14x_1 + x_2^2 - x_2 + 48$. Podać wysokość kosztu przy optymalnych rozmiarach produkcji.*