

Lista ósma* †
Rachunek prawdopodobieństwa
kierunek: Informatyka i ekonometria, studia I°

dr Jarosław Kotowicz

1 Zadania różne

Zadanie 1. Niech zmienna losowa X ma rozkład równomierny na zbiorze $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = X^2$.

Zadanie 2. Niech zmienna losowa X ma rozkład równomierny na zbiorze $\{-50, -49, \dots, 49, 50\}$. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = |X|$.

Zadanie 3. Niech zmienna losowa X posiada rozkład równomierny na odcinku (a, b) . Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = AX + B$, $A, B \in \mathbb{R}$, $A \neq 0$.

Zadanie 4. X jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $[0, 1]$. Znaleźć dystrybuantę i gęstość następujących zmiennych losowych

- $Y = aX + b$, gdzie $a, b \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0$;
- $Y = 2X^2 - 1$;
- $Y = -\ln(1 - X)$;

Zadanie 5. X ma rozkład wykładniczy ze współczynnikiem $\lambda > 0$. Znaleźć gęstość rozkładu:

- $Y = X^3$;
- $Y = 5X - 1$;
- $Y = 3X + 2$;

Zadanie 6. X ma rozkład normalny $\mathcal{N}(0, 1)$. Jaki rozkład ma zmienna $Y = aX + b$ gdzie $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$?

Zadanie 7. Niech F będzie dystrybuantą ciągłej zmiennej losowej X . Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = F(X)$, przy założeniu, że istnieje funkcja odwrotna do $y = F(x)$.

Zadanie 8. Dana jest zmienna losowa $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Określamy zmienną losową $Y = X^2$. Wyznaczyć gęstość zmiennej losowej Y .

Zadanie 9. X jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $[0, 5]$. Znaleźć dystrybuantę i gęstość zmiennej losowej $Y = \max(X, 2)$.

Zadanie 10. Zmienna losowa X ma rozkład geometryczny z parametrem p . Jaki rozkład ma zmienna losowa $Y = (-1)^X$?

Zadanie 11. X ma rozkład wykładniczy ze współczynnikiem $\lambda > 0$. Znaleźć gęstość rozkładu:

*©J.Kotowicz

†Zadania 1–17 pochodzą od dr U. Ostaszewskiej znajdującej się pod adresem <http://math.uwb.edu.pl/%7Euostasze/rachie16.html>.

- $Y = X$, gdzie $X = X - [X]$ oznacza część ułamkową;
- $Y(\omega) = k^2$, gdy $k \leq X(\omega) < k + 1$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Zadanie 12. Mówimy, że zmienna losowa X ma rozkład symetryczny, jeśli zmienna $-X$ posiada ten sam rozkład. Wyrazić własność symetryczności ciągłej zmiennej losowej za pomocą jej dystrybuanty oraz gęstości.

Zadanie 13. X jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $[0, 1]$. Znaleźć dystrybuantę i gęstość następujących zmiennych losowych

- $Y = -\ln X$;
- $Y = X^k$, $k \in \mathbb{N}$.

Zadanie 14. X jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $[0, 1]$. Znaleźć dystrybuantę i gęstość następujących zmiennej losowej $Y = \min\{X, 1 - X\}$.

Zadanie 15. X ma rozkład $\mathcal{N}(0, 1)$. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = e^X$.

Zadanie 16. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $[0, 2]$. Niech $Z = X^2 - 1$. Wyznaczyć rozkład Z . Czy jest to rozkład ciągły? Znaleźć takie t_0 , że $P(Z < t_0) = \frac{1}{10}$.

Zadanie 17. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $[-1, 2]$. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = |X|$.