Lista zadania nr 1

Metody probabilistyczne i statystyka

studia I stopnia – informatyka (rok 2)

Wydziału Ekonomiczno-Informatycznego

Filia UwB w Wilnie

Jarosław Kotowicz
Instytut Matematyki Uniwersytet w Białymstoku

23 października 2008

1. Obliczyć $\sum_{i=1}^{n-k} \binom{n-i}{k}$ gdzie $n, k \in \mathbb{N}$ i $k \leqslant n$.

2. Obliczyć $\sum_{i=1}^{n-k} i\binom{n-i}{k}$ gdzie $n, k \in \mathbb{N}$ i $k \leqslant n$.

3. Udowodnić, że dla dowolnych $n.k \in \mathbb{N}$ takich, że $n \geqslant k$ zachodzą następujące wzory
   - $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$;
   - $\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}$, o ile tylko $k \geqslant 1$;
   - $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$;
   - $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$;
   - $\sum_{k=0}^{n} \binom{n+1-k}{2} = \binom{n+2}{3}$;
   - $\frac{n!2^n}{(2n)!!} = 1$.

4. Do windy w 8 piętrowym wieżowcu wsiadły 3 osoby. Na ile różnych sposobów mogły one wysiąść, jeśli każda z nich wysiada na
   - dowolnym piętrze;
   - innym piętrze;
   - wszyscy wysiądą na tym samym piętrze.

5. Do windy w 9 piętrowym wieżowcu wsiadły 2 osoby. Na ile sposobów mogły one wysiąść?

6. Do windy w 10 piętrowym wieżowcu wsiadły 2 osoby. Na ile różnych sposobów mogły one wysiąść
   - na dowolnych piętrach;
   - różnych piętrach.

7. Winda z 5 pasażerami zatrzymuje się na 10 piętrach. Na ile sposobów pasażerowie mogą wysiąść z windy? Na ile sposobów mogą to zrobić, jeżeli każdy ma wysiąść na innym piętrze?

8. Do windy w 55 piętrowym drapaczu chmur wsiadło 11 osób. Ile jest możliwych sposobów, aby co najmniej dwie osoby wysiadły na tym samym pietrze.

9. Dany jest sześcian. Ze wszystkich wierzchołków sześcianu losujemy 3 tworzące trójkąt. Ile jest możliwości takich losowań?

10. Ile jest kombinacji z powtórzeniami zbioru 10 elementowego, gdy losujemy dwa elementy.

11. Na ile sposobów można podzielić 12 osobowy zastęp harcerzy na dwie podgrupy liczące po 7 i 6 osób.

12. W turnieju w którym uczestniczy 20 graczy, każdy z nich gra po jednej partii z innym. Ile partii rozegrano?

13. Dzieci łączą się w pary. Ilu dzieci wzięło udział w zabawie, jeżeli wiadomo iż mogły się one połączyć na 110 sposobów

14. Na turnieju rozegrano 190 meczy każdy z każdym. Ilu zawodników uczestniczyło w turniej?

15. Ilu zawodników wzięło udział w turnieju szachowym, jeżeli każdy grał z każdym dokładnie 1 partię i w całym turnieju rozegrano ich 10.

16. W turnieju szachowym bierze udział n zawodników. $n-2$ rozegrało każdy z każdym po jednej partii, ”$n-1$ - szy” rozegrał 10 partii a ”n - ty” 1 partię. łącznie rozegrano 55 partii. Ilu jest zawodników? Czy ”$n-1$ - szy” i ”n - ty” grali już ze sobą?

17. Ile można wykonać chorągwi mającej trzy pasy kolorów z 4 barw.

18. Dane jest 7 gatunków cukierków czekoladowych, z których wybieramy 4 rodzaje. Ile różnych paczek w ten sposób można otrzymać.

19. Rzucamy 5 kostkami do gry. Ile jest możliwych wszystkich wyników?

20. Rok liczy 365 dni. Ile jest możliwych wszystkich wyników, tak aby 5 osób urodziło się każda innego dnia?

21. W urnie znajduje się 5 ponumerowanych kul. Losujemy 5 kul po jednej bez zwracania. Ile można otrzymać różnych wyników?

22. W klasie liczącej 37 uczniów rozlosowano trzy jednoosobowe bilety do trzech różnych teatrów. Ile jest możliwych wyników tego losowania?

23. Grupę składającą się z 25 osób podzielono na dwie podgrupy po 13 i 12 osób. Ile jest możliwych podziałów?

24. Grupę 6 osobową podzielona na dwie równoliczne. Ile było możliwych podziałów?

25. Ile jest możliwości trafienia prawidłowo przez gracza w multilotka 10 właściwych liczb.

26. Ile jest możliwych wyników w losowaniu dużego lotka (6 z 49)?

27. Grupa taneczna składa się z 12 chłopców i 12 dziewcząt. Ile różnych par można utworzyć z nich wszystkich, aby mogli oni zatańczyć poloneza.

28. W ogłoszonym plebiscycie na 10 najlepszych sportowców zgłoszono 17 kandydatów. Plebiscyt wygrał R. Szurkowski. Obliczyć ile istnieje sposobów przyznania dalszych miejsc, jeżeli sportowcy nie mogą zajmować tego samego miejsca.

29. W biegu na 100 m startuje 6 zawodników. Ile jest możliwych wyników ukończenia biegu, jeśli punktowane są pierwsze trzy miejsca i nie uwzględniamy wyników ex eqou.

30. Danych jest n kul i N komórek. Kule umieszczamy losowo w komórkach. Ile jest taki rozmieszczeń, jeśli

    - kule i komórki są rozróżnialne;
    - kule są nie rozróżnialne, a komórki są;
    - kule są nierozróżnialne i ponadto w każdej komórce może się znajdować co najwyżej jedna kula.

    Uwaga. Tego typu rozmieszczenia mają interpretacje w fizyce i nazywane są odpowiednia statystykami (modelami) Maxwella - Boltzmana, Bosego - Einsteina oraz Fermiego - Diraca. Ponadto według statystyki Bosego - Einsteina zachowują się fotony, nukleony i atomy zawierające parzystą liczbę cząstek elementarnych, modelu Fermiego - Diraca elektrony, protony i neutrony, zaś modelu Maxwella - Boltzmana nie spełniają żadne cząstki.

31. Rozmieszczamy 8 kul w 3 szufladach. Ile jest możliwych różnych rozmieszczeń? Które model z poprzedniego zadania można stosować rozwiązując to zadanie. Odpowiedź uzasadnij.

32. Dane są 3 szuflady i 5 koszul. Ile jest możliwości rozmieszczenia tych koszul w szufladach

33. Iloma sposobami można włożyć m jednakowych kul do k komórek?

34. Iloma sposobami można posadzić w rzędzie m drzew liściastych i n iglastych ($m > n$) tak, aby żadne dwa drzewa iglaste nie sąsiadowały ze sobą?

35. Z klasy liczącej 20 osób wybieramy delegację składającą się z 3 osób. Na ile różnych sposobów można ją wybrać.

36. Z 12 dziewcząt i 8 chłopców należy wybrać delegację liczącą 2 dziewczynki i 1 chłopca. Na ile różnych sposobów można ją wybrać.

37. W pudełku znajduje się 20 śrub wśród których są 3 wadliwe. Wylosowano 5 śrub. Obliczyć ilość możliwości, że otrzymano dokładnie 1 wadliwą.

38. Na płaszczyźnie danych jest 12 punktów, z których żadne trzy nie są współliniowe. Ile jest różnych prostych przechodzących przez dokładnie dwa punkty.

39. Na płaszczyźnie danych jest n punktów, z których żadne trzy nie są współliniowe. Ile jest różnych prostych przechodzących przez dokładnie dwa punkty.

40. Dany jest sześcian. Ze wszystkich wierzchołków sześcianu losujemy 3 tworząc trójkąt. Ile jest możliwości takich losowań?

41. Ile można skonstruować trójkątów z odcinków o długościach równych: 5,7,9,11,13?

42. Na ile sposobów można rozdzielić grupę $k + m + n$ różnych przedmiotów na grupy po k, po m i po n przedmiotów odpowiednio?

43. Jak długie powinny być znaki w alfabecie Morsa, aby zapisać 24 literowy alfabet.

44. Jak długie powinny być znaki w alfabecie Morsa, aby zapisać wszystkie litery alfabetu polskiego.

45. Rzucamy 3 kostkami do gry. Ile jest możliwych różnych wyników?

46. Ile jest różnych tablic rejestracyjnych samochodów składających się z 3 liter i 4 cyfr (24 litery), jeśli
    - ustawienie tablica jest jak w Polsce;
    - możemy mieszać kolejność liter i cyfr.

47. W szafie znajduje się 10 różnych par butów. Wyjmujemy 4 buty. Ile jest możliwości, że nie wyjmiemy żadnej pary.

48. Ile słów z sensem lub bez można utworzyć z liter tworzących to słowo
    - *mama*?
    - *abrakadabra*?
    - *matematyka*?
    - *amazonka*?
    - *bajkopisarka*?
    - *Brzęczyszczykiewicz*?
    - *panna*?

49. Na ile sposobów można ustawić encyklopedię 13 tomową na półce?

50. Na półce ustawiamy dwie nierozróżnialne encyklopedie 13 tomowe. Na ile sposobów można je ustawić?

51. Na ile sposobów można ustawić encyklopedię 13 tomową na półce tak, aby tomy
    - 1 i 2
    - 1, 2 i 3
    - trzy wybrane losowo

    stały obok siebie?

52. Na egzamin wykładowca przygotował 60 pytań, z których student losuje dokładnie 3. Ile jest wszystkich możliwych wyników takiego losowania.

53. 4 studentów zdaje egzamin. Na ile sposobów mogą oni otrzymać oceny jeśli wiadomo, że żaden ze studentów nie otrzymał oceny niedostatecznej.

54. Na ile sposobów można ustawić 8 wież tak, aby nie mogły się zbić?

55. Ile różnych sznurów korali można ułożyć z 6 karali czarnych i 4 białych, jeśli ustaliliśmy początek sznura.

56. Ile różnych liczb dwucyfrowych można utworzyć ze pięcioelementowego zbioru cyfr.

57. Ile różnych liczb trzycyfrowych można utworzyć ze zbioru cyfr od 1 do 9.

58. Ile różnych liczb trzycyfrowych można utworzyć ze zbioru wszystkich cyfr.

59. Ile liczb czterocyfrowych można utworzyć z cyfr 2, 2, 4, 4, 6, 6 ?

60. Ile jest różnych liczb czterocyfrowych nieparzystych, jeśli cyfry

- nie mogą się powtarzać;
- mogą się powtarzać?

61. Ile różnych liczb czterocyfrowych można utworzyć z cyfr 1,2,...,7, jeśli cyfry nie mogą się powtarzać?

62. Ile jest różnych liczb czterocyfrowych, jeśli jedynie cyfry 1 i 2 mogą się tylko powtarzać?

63. Ile różnych liczb pięciocyfrowych można utworzyć z cyfr 0,1,2,3,4, jeśli

- żadna z cyfr się nie powtarza?
- cyfry mogą się powtarzać?

64. Ile różnych liczb sześciocyfrowych można utworzyć ze wszystkich cyfr?

65. Ile różnych liczb sześciocyfrowych parzystych można utworzyć ze wszystkich cyfr, jeśli cyfry mogą się powtarzać?

66. Ile różnych liczb ośmiocyfrowych można utworzyć z cyfr tworzących liczbę 12212122?

67. Na ile sposobów można rozdać 13 kart z talii liczącej 52 karty ?

68. Z tali liczącej 52 karty wylosowano 13 kart. Ile było możliwy wyników takich losowań, jeśli otrzymano

- dokładnie 1 asa;
- asa kier;
- dokładnie 3 asy w tym asa pik;
- dokładnie 1 asa, 3 króle i 2 damy;
- dokładnie wszystkie karty jednego koloru.
- 5 asów.

69. Ile jest możliwości, że brydżysta otrzyma dokładnie

- damę pik, asa trefl, 5 kierów ?
- damę pik, asa trefl i 5 trefli ?
- wszystkich kart tego samego koloru ?
- dokładnie 12 kart tego samego koloru ?

70. Z tali liczącej 52 karty wybieramy 9 kart. Ile było takich losowań, że otrzymano dokładnie 1 asa.