

Lista zadania nr 2

**Metody probabilistyczne i statystyka**

studia I stopnia – informatyka (rok 2)

Wydziału Ekonomiczno-Informatycznego

Filia UwB w Wilnie

Jarosław Kotowicz

Instytut Matematyki Uniwersytet w Białymstoku

3 grudnia 2008

1. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wśród  $n$  przypadkowo dobranych osób żadne dwie nie obchodzą urodzin tego samego dnia ( $n \leq 365$ ).
2. Rok liczy 365 dni. Obliczyć prawdopodobieństwo, że 3 losowo wybrane panie
  - urodziły się tego samego dnia;
  - pierwsza w styczniu, druga w marcu, a trzecia w drugim półroczu.
3. Obliczyć prawdopodobieństwo, że 12 osób urodziło się każde innego miesiąca.
4. Obliczyć prawdopodobieństwo, że spośród 29 osób ich miesiące urodzeń będą rozmieszczone następująco: 7 miesięcy zwiera dokładnie po dwie daty, a 5 miesięcy dokładnie po 3.
5. Grupę liczącą 13 osób podzielono na dwie po 6 i 7 osób. Obliczyć prawdopodobieństwo, że osoby  $A$  i  $B$  będą w tej samej grupie.
6. Samorząd klasowy składa się z 6 uczniów i 4 uczennic. Spośród członków samorządu wybieramy losowo delegację składającą się z 5 osób. Obliczyć prawdopodobieństwo, że delegacja będzie składała się z dokładnie z 3 uczennic i 3 uczniów.
7. Grupę liczącą 14 osób podzielono na dwie po 7 osób. Obliczyć prawdopodobieństwo, że osoby  $A$  i  $B$  będą w tej samej grupie.
8. Pięciu chłopców i dwie dziewczynki ustawiono w szereg. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że dziewczynki stoją obok siebie.
9. W zbiorze  $2n$  liczb ( $n \geq 1$ ) wyróżniono dwie. Czy bardziej prawdopodobne jest, że siadając losowo wokół stołu przy którym jest  $2n$  miejsc, wyróżnione osoby znajdą się obok siebie, czy na przeciw ?
10. Przy okrągłym stole usiadło losowo 6 osób, wśród nich Adam i Ewa. Jakie jest prawdopodobieństwo, że nie siedzą obok siebie?
11. Iloma sposobami można ustawić 6 osób
  - w rząd
  - w koło?
12. Pięć osób zajęło losowo miejsca w ośmioosobowym przedziale kolejowym. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że dwie wyróżnione osoby usiadły
  - na sąsiednich miejscach ?
  - naprzeciwko siebie ?
13. Do pociągu złożonego z  $n$  wagonów wsiada  $N$  pasażerów, ( $n \leq N$ ). Wyznaczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że:
  - do wagonu z numerem  $l$  wsiądzie co najmniej 1 pasażer.
  - żaden z wagonów nie będzie pusty.
14. Zbiór  $\{1, \dots, n\}$ , ( $n \geq 2$ ), dzielimy na dwa niepuste podzbiory. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że 1 i  $n$  będą w tym samym podzbiore.
15. Encyklopedię 13-to tomową podzielono na dwie grupy liczące po odpowiednio 7 i 6 tomów. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w pierwszej grupie są tomy od 1 to 3.
16. W szafie znajduje się 20 różnych par butów. Losujemy 4 buty. Obliczyć prawdopodobieństwo, że nie otrzymamy żadnej pary.
17. W szafie znajduje się 10 różnych par butów. Wyjmujemy 2 buty. Obliczyć prawdopodobieństwo, że otrzymamy parę.

18. Student umie odpowiedzieć na 20 spośród 25 pytań egzaminacyjnych. Jakie jest prawdopodobieństwo, że student odpowie na co najmniej trzy pytania z czterech losowo wybranych.
19. Sześć kul rozmieszczono losowo w trzech szufladach. Obliczyć prawdopodobieństwo, że żadna szuflada nie będzie pusta.
20. W urnie znajdują się kartki z liczbami 12, 13, 14, 15, 18, 25, 30. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losując jedną kartę otrzymamy liczbę podzielna przez 5 lub 3.
21. W urnie znajduje się 18 kul czarnych i 12 białych. Losujemy 3 kule
- jednocześnie;
  - pojedynczo za każdym razem zwracając wylosowaną kulę.

Obliczyć prawdopodobieństwo

- wszystkie trzy kule są czarne;
  - otrzymano dokładnie dwie kule czarne.
22. W urnie znajdują się po 3 kule białe, czarne i zielone. Losujemy kolejno dwie kule bez zwracania. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania za pierwszym i za drugim razem kuli zielonej.
23. W urnie znajdują się 4 kule białe, 3 czarne i 5 zielonych.
- Losujemy jedną kulę. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania kuli koloru czarnego lub białego.
  - Losujemy dwie kule. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania kul różnokolorowych.
24. W urnie  $A$  są 2 białe i 8 czarnych kul, a urnie  $B$  są 4 białe i 6 czarnych kul. Losujemy po jednej kuli z każdej z urn. Obliczyć prawdopodobieństwo, że co najwyżej jedna z kul będzie biała.
25. Z urny z 5 ponumerowanymi kulami losujemy 3 kule
- ze zwracaniem
  - bez zwracania.

Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowane kule będą miały numery rosnące.

26. Wrzucamy losowo  $n$  jednakowych kul do  $k$  komórek. Jakie jest prawdopodobieństwo, że
- w każdej jest co najmniej jedna kula,
  - dokładnie jedna jest pusta
  - w pierwszej jest  $r$  kul?
27. W urnie znajduje się  $n$  kul, z których 4 są czarne. Prawdopodobieństwo, że wylosowane dwie kule są czarne jest większe niż  $\frac{1}{2}$ . Jakie może być  $n$ ?
28. W pierwszej urnie znajduje się  $a$  białych i  $b$  czarnych kul. W drugiej  $b$  białych i  $a$  czarnych kul. Przenosimy jedną kulę z pierwszej urny do drugiej, a następnie wyciągamy kulę z drugiej urny. Obliczyć prawdopodobieństwo, że jest to biała kula.
29. Pięć zeszytów wrzucamy do trzech szuflad. Co jest bardziej prawdopodobne to, że
- a) w pewnej szufladzie będą co najmniej trzy zeszyty,
  - b) co najmniej jedna szuflada będzie pusta ?
30. W urnie znajdują się 4 kule białe, 4 czerwone i 5 zielonych. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej lub czarnej.

31. W pojemniku  $A_1$  jest  $n$  kul, a w pojemniku  $A_2$  jest  $N-n$  kul ( $0 < n < N$ ). Następnie w każdym kolejnym doświadczeniu jedna kula jest przesyłana z  $A_1$  do  $A_2$  z prawdopodobieństwem  $\frac{m}{N}$ , gdzie  $m$  jest liczbą kul w  $A_1$  i z prawdopodobieństwem przeciwnym jest przesyłana  $A_2$  do  $A_1$ . Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że po  $k$  krokach ustali się układ  $n+l$  kul w pojemniku  $A_1$  i  $N-n-l$  kul w pojemniku  $A_2$ , ( $0 \leq l \leq k$ ).
32. Do  $n$  szuflad wrzucono losowo  $r$  przedmiotów. Oblicz prawdopodobieństwo, że w losowo otworzonej szufladzie znajdziemy  $k$  przedmiotów ( $0 \leq k \leq r$ ) zakładając, że każdy przedmiot ma taką samą szansę znalezienia się w każdej z szuflad.
33. W urnie znajduje się 6 kul czarnych, 5 zielonych i 4 białych. Losujemy jednocześnie 3 kule. Obliczyć prawdopodobieństwo, że
- wszystkie trzy kule są czarne;
  - otrzymano dokładnie dwie kule zielone i 1 białą.
34. W urnie znajduje się 6 kul białych i 2 czarne. Losujemy jednocześnie 2 kule. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wszystkie kule czarne.
35. W urnie znajduje się 3 kule białe, 3 zielone i 3 czarne. Losujemy bez zwracania 2 kule. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowania za pierwszym i drugim razem kuli zielonej.
36. Dane są urny A i B. Urna A zawiera 6 kul czarnych i 9 białych, zaś urna B 5 czarnych i 15 białych. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losując 3 kule jedną z urny A i dwie kule z urny B otrzymamy jedną czarną i dwie białe, jeśli losowanie z urny D odbywa się ze zwracaniem.
37. Treść jak w zadaniu poprzednim, tylko losowanie odbywa się ze zwracaniem.
38. W każdej z czterech urn znajduje się po 4 kule białe, 4 czerwone, 4 czarne i 4 zielone. Z każdej z urn losujemy po jednej kuli. Obliczyć prawdopodobieństwo, że otrzymamy co najmniej jedną kulę czerwoną.
39. Dane są dwie urny. Pierwsza z nich zawiera 3 kule czarne i 3 kule białe, zaś druga 5 kul białych i 2 czarne. Losujemy po jednej kuli z każdej z urn. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowano kule różnokolorowe.
40. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losując 3 kule z urny zawierającej 7 kul białych, 5 czarnych i 3 niebieskie otrzymamy różnokolorowe kule.
41. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losując z tali 52 kart 13 kart otrzymamy dokładnie 2 asy.
42. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losując z tali 52 kart 5 kart otrzymamy wszystkie karty jednego koloru.
43. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losując z tali 52 kart 1 kartę otrzymamy asa lub kartę koloru czarnego.
44. Z tali liczącej 52 karty losujemy jedną, oglądamy ją i zwracamy do tali. Talię tasujemy i losujemy drugą. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania za drugim razem asa pik.
45. Z talii 52 kart losujemy 7. Obliczyć prawdopodobieństwo
- otrzymamy dokładnie 3 piki;
  - co najmniej dwie kart będą kierami;
  - co najwyżej 5 kart będzie treflami;
  - wylosowano dokładnie 2 kiery, 3 trefle, 1 karo i 1 pika.
46. Z talii 52 kart losujemy 4 bez zwracania. Obliczyć prawdopodobieństwo, że te karty będą różnych kolorów.
47. Obliczyć prawdopodobieństwo otrzymania przez gracza w brydża dokładnie
- 1 asa i 1 króla;
  - jednego asa, damę pik oraz trzy trefle;

- 3 asy w tym asa pik;
  - 4 asów, 4 króle i 4 damy;
  - 2 asy, króla kier i jedną damę.
48. Z talii 52 kart losujemy dwie karty bez zwrotu. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania asa z pozostał 50 kart, jeśli nie wiadomo jakie karty zostały uprzednio wyciągnięte?
49. Z tali 52 kart wyjęto jedną kartę i włożona do tali zawierającej także 52 karty. Z II talii losujemy kartę. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania asa.
50. Z tali 52 kart losujemy 2 karty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jedna będzie koloru czerwonego, a druga czarnego?
51. Z talii 52 kart losujemy dwie karty bez zwrotu. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania asa z pozostał 50 kart, jeśli nie wiadomo jakie karty zostały uprzednio wyciągnięte?
52. Z talii liczącej 32 karty losujemy dwie. Jakie jest prawdopodobieństwo otrzymania waleta pik ?
53. Z talii 52 kart losujemy 4 razy ze zwracaniem po jednej karcie. Obliczyć prawdopodobieństwo, że otrzymamy kart różnych kolorów.
54. Z talii 32 kart losujemy bez zwracania 6 kart. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przynajmniej jedna z nich jest 10?
55. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losując z tali 52 kart 5 kart otrzymamy wszystkie karty jednego koloru.
56. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losując 13 kart z tali 52 otrzymamy 1 asa, 2 damy, króla pik, 3 walet, "10" pik, "10" trefl 3 dziewiątki i 1 dwójkę.
57. Z tali 32 kart losujemy 3. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych kart jest przynajmniej jeden as.
58. Talia liczy 52 karty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że gracz w *Pokera* otrzyma "pokera"?