Lista zadania nr 3

Metody probabilistyczne i statystyka

studia I stopnia – informatyka (rok 2)

Wydziału Ekonomiczno-Informatycznego

Filia UwB w Wilnie

Jarosław Kotowicz
Instytut Matematyki Uniwersytet w Białymstoku

4 grudnia 2008

1. Niech zdarzenia A, B są niezależne. Udowodnić, że są niezależne następujące zdarzenia
   - A, B';
   - A', B;
   - $A, \emptyset$;
   - A, Ω;
   - $A, B \cup C$ jeśli $B \cap C = \emptyset$;
   - A', B'.
2. Niech $P(A/B) = P(A/B')$ oraz $P(B) > 0, P(B') > 0$. Udowodnić, że zdarzenia A, B są niezależne.
3. Niech $A \subseteq B$, A i C oraz B i C są zdarzeniami niezależnymi. Udowodnić, że zdarzenia $B \setminus A$ i C są również niezależne.
4. Rzucamy dwiema kostkami, określając trzy zdarzenia: A - nieparzysta ilość oczek na pierwszej kostce, B - nieparzysta ilość oczek na drugiej kostce, C - nieparzysta suma oczek. Czy zdarzenia A, B, C są niezależne parami? Czy są niezależne?
5. Niech $A \subseteq \Omega$ jest zdarzeniem losowym. Sprawdzić, że $A_1 := A \times \Omega, A_2 := \Omega \times A$ są zdarzeniami niezależnymi w produkcie przestrzeni probabilistycznej
6. Zdarzenia $A_1, \ldots, A_n$ są niezależne, a ich prawdopodobieństwo wynosi odpowiednio $p_k = P(A_k) > 0$. Zdarzenie B polega na zaobserwowaniu w pojedynczym doświadczeniu chociaż jednego spośród zdarzeń $A_k, k = 1, \ldots, n$. Wyznaczyć prawdopodobieństwo zdarzenia B.
7. Udowodnić, że dla dowolnego ciągu $p_1, p_2, \ldots, p_n$ liczb takich, że $0 \leqslant p_i < 1$, istnieje przestrzeń probabilistyczna i zdarzenia niezależne $A_1, A_2, \ldots, A_3$ w tej przestrzeni takie, że $P(A_i) = p_i$.
8. Niech $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_6\}, S = 2^\Omega, P(\omega_i) = \frac{1}{6}$. Określić w (Ω, S, P) dwa zdarzenia A, B niezależne takie, że $0 < P(A) < 1$ i $0 < P(B) < 1$.
9. Niech $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_7\}, S = 2^\Omega, P(\omega_i) = \frac{1}{7}$. Czy można określić w (Ω, S, P) dwa zdarzenia A, B niezależne takie, że $0 < P(A) < 1$ i $0 < P(B) < 1$?
10. *W trzech następnych zadaniach mamy* $\Omega = [0, 1], P$ *jest miarą Lebesque'a na [0,1].* Podać przykład zdarzeń niezależnych A_1, A_2 takich, że $P(A_1) = P(A_2) = \frac{2}{3}$.
11. Podać przykład zdarzeń niezależnych A_1, A_2, A_3 takich, że $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{2}$.
12. Podać przykład zdarzeń niezależnych $A_1, A_2, \ldots, A_n$ takich, że $P(A_1) = P(A_2) = \ldots = P(A_3) = \frac{1}{2}$.
13. Niech zdarzenia A, B są niezależne oraz $P(A \cup B) = 1$. Wtedy $P(A) = 1$ lub $P(B) = 1$.
14. Niech zdarzenia A, B są niezależne oraz $P(A \cup B) = 1$. Wtedy $P(A) = 0$ lub $P(B) = 0$.
15. Wykazać, że jeśli E_1, E_2, E_3 są parami niezależne i E_1 nie zależy od iloczynu $E_1 \cap E_2$ to E_1 nie zależy od sumy $E_1 \cup E_2$.
16. Z tali zawierającej 52 karty wybrano 5 kart. Czy zdarzenie 'wśród wybranych kart jest as pik' i 'wśród wybranych kart jest dwójka trefl' są niezależne ?
17. Wykaż, że zdarzenia A i $A \cup B$ są niezależne wtedy i tylko wtedy, gdy $P(A) = 0$ lub $P(A \cup B) = 1$.
18. Wykaż, że zdarzenia A i $A \cap B$ są niezależne wtedy i tylko wtedy, gdy $P(A) = 1$ lub $P(A \cap B) = 0$.
19. Niech zdarzenia A, B oraz $A \cup B$ i $A \cap B$ są niezależne. Wtedy
$$P(A) = 1 \vee P(B) = 1 \vee P(A) = 0 \vee P(B) = 0.$$
20. Niech A_1, A_2, A_3, A_4 będą zdarzeniami niezależnymi o prawdopodobieństwach równych odpowiednio p_1, p_2, p_3, p_4. Wyznaczyć prawdopodobieństwo następującego zdarzenia $(A_1 \cup A_2) \cap (A_3 \cup A_4)$.

21. Rzucamy 3 razy monetą. Niech

    A- co najmniej raz wypadłą reszka;

    B- wypadły trzy orły lub trzy reszki.

    Czy zdarzenia

    - A, B'
    - A, B

    są niezależne?

22. W hurtowni znajdują się lodówki trzech fabryk A, B, C. Lodówki fabryki A stanowią 45% wszystkich lodówek w hurtowni, B 40%, reszta C. Wadliwość lodówek z każdej fabryk wynosi odpowiedni 0,1% 0,05% 0,02%. Wybieramy losowo jedną lodówkę. Obliczyć prawdopodobieństwo, że będzie ona dobra.

23. Dane z poprzedniego zadania. Wylosowano lodówkę, która okazała się wadliwa. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z fabryki A.

24. Na pewnym kierunku studiów skład grupy studenckiej przedstawiał się następująco: I grupa 14 studentek i 11 studentów, II 12 studentek i 12 studentów, II 17 studentek i 5 studentów. Z listy zawierającej spis wszystkich osób studiujących na tym kierunku wylosowano osobę, która okazała się studentką. Obliczyć prawdopodobieństwo, że należy ona do grupy III.

25. Wiadomo, że 1 osoba na 38 spośród przekraczających (pewną) granicę przemyca narkotyki. Specjalnie wytresowany pies zatrzymuje co 27 osobę spośród nie przemycających narkotyków i przepuszcza (nie zatrzymuje) co 9 osobę spośród przemycających narkotyki. Jakie jest prawdopodobieństwo, że osoba, która przeszła przez granicę nie zatrzymana przez psa jest przemytnikiem narkotyków?

26. Z trzech klubów zaproponowano odpowiednio: 4, 6, 5 kandydatów do reprezentowania kraju w zawodach. Prawdopodobieństwa wygranej w zawodach dla zawodników kolejnych klubów wynoszą odpowiednio: 0,9 , 0,7 , 0,8 . Wylosowany z grona kandydatów zawodnik wygrał. Z którego klubu najprawdopodobniej on pochodzi?

27. Mamy 5 urn: w 2 są po 2 kule białe i po 1 czarnej, w 1 jest 10 czarnych kul, w 2 są po 3 kule białe i po 1 czarnej. Losujemy urnę, a następnie wyciągamy 1 kulę z wylosowanej urny. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jest to kula biała?

28. W pierwszej urnie znajduje się a białych i b czarnych kul. W drugiej b białych i a czarnych kul. Przenosimy jedną kulę z pierwszej urny do drugiej, a następnie wyciągamy kulę z drugiej urny. Obliczyć prawdopodobieństwo, że jest to biała kula.

29. Dane są dwie urny. I zawiera 5 kul białych i 3 czarne, a II 6 białych i 2 czarne. Z losowo wybranej urny wzięto kulę. Obliczyć prawdopodobieństwo, że będzie to kula czarna.

30. Mamy 5 urn typu A i 7 urn typu B. W każdej z urn typu A jest po 7 kul białych, 3 czarnych i 5 niebieskich, a w każdej z urn typu B: 4 białe, 4 czarne i 7 niebieskich. Z losowo wybranej urny wzięto dwie kule. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania kul różnokolorowych.

31. Dane są dwie urny. Jedna zawiera 17 kul białych i 2 czarne, druga 5 białych i 23 czarne. Rzucamy kostką do gry. Jeśli otrzymaliśmy co najwyżej dwa oczka to losujemy z urny pierwszej, jeśli 3,4,5 to z drugiej, a jeśli 6 to rzucamy kostką jeszcze raz. Jeśli w drugim losowaniu otrzymamy 1 lub dwójkę losujemy z urny I, w przeciwnym wypadku z urny II.

    - Obliczyć prawdopodobieństwo, że losując dwie kul z urny otrzymamy dwie kule jednakowych kolorów;
    - Wylosowano dwie jednokolorowe kul. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzą one z urny pierwszej.

32. W pewnej fabryce maszyny typu A,B,C dają odpowiednia 25 %, 35 % i 40 % produkcji danego wyrobu. Maszyny te produkują odpowiednio 5 %, 4 % i 2 % braków.

- Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowani towaru dobrego
- Wylosowano towar dobry. Jakie jest prawdopodobieństwo Wylosowano dwie jednokolorowe kul. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi on z maszyny B?

33. W magazynie hurtowni znajdują się suszarki produkowane w trzech różnych zakładach A_1, A_2, A_3. Zapasy hurtowni stanowią odpowiednio $40\%, 35\%, 25\%$ produkcji zakładów A_1, A_2, A_3. Wiadomo, że zakłady produkują średnio $1\%, 2\%, 3\%$ braków. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo sprawdzona suszarka okaże się
    - dobra;
    - wybrakowana;
    - Wylosowana suszarka okazała się dobra. Jakie jest prawdopodobieństwo, że została wyprodukowana w zakładzie A_2?
34. Treść zadania 33 z tym, że suszarki z każdego zakładu są składowane w oddzielnych pomieszczeniach. Rozwiązać zadanie przy takich założeniach.
35. W pudełku znajduję się 120 oporników A i 80 serii B. Losujemy jeden opornik. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie to opornik wadliwy, jeżeli w serii A jest 4% wadliwych, a w B 5%.
36. W magazynach hurtowni znajdują się sanki produkowane przez fabryki A, B, C Zapasy stanowią odpowiednio 40%, 35% i 25%. Wiadomo, że zakładu produkują odpowiednio 1%, 2% oraz 3% braków. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania sanek dobrych.
37. Niech
$$\forall_{1\leqslant k\leqslant n-1}, P(\bigcap_{l=1}^{k} A_l) > 0.$$
Udowodnić, że
$$P(\bigcap_{l=1}^{n} A_l) = P(A_n/\bigcap_{l=1}^{n-1} A_l)\cdot P(A_{n-1}/\bigcap_{l=1}^{n-2} A_l)\cdot\ldots\cdot P(A_2/A_1)\cdot P(A_1).$$
38. W każdej z wyprodukowanej przez warsztat partii kłódek średnio 98 % jest dobra, a na każde 100 kłódek dobrych przypada średnio 75 kłódek I gatunku. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrana kłódka jest I gatunku.
39. Strzelec trafia w tarczę z prawdopodobieństwem 0,9. Na każde 10 strzałów w sam środek trafia 2. Obliczyć prawdopodobieństwo, że strzelając do tarczy strzelec trafi w sam środek.
40. Udowodnić następujące twierdzenie: Jeśli $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \Omega$, dla $i \neq j$ zachodzi $A_i \cap A_j = \emptyset, P(A_) > 0, P(B) > 0$, to dla dowolnego k zachodzi wzór: $P(A_k|B) = \frac{P(A_k)P(B|A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)}$
41. Do dyspozycji są armaty: I z 1 pociskiem oraz II z 2 pociskami. Do zniszczenia są dwa cele: A i B. Prawdopodobieństwo trafienia w cel A z armaty I wynosi $p_I(A) = 0,8$. Analogicznie $p_I(B) = 0,75, p_{II}(A) = 0,5, p_{II}(B) = 0,35$. W przypadku trafienia w cel prawdopodobieństwa jego zniszczenia są równe odpowiednio: $P_I(A) = 0,4, P_I(B) = 0,5, P_{II}(A) = 0,5, P_{II}(B) = 0,6$. Jak wykorzystać armaty, aby prawdopodobieństwo zniszczenia obu celów było największe? Obliczyć je.
42. Wiadomo, że w trakcie n rzutów monetą przynajmniej raz wypadł orzeł. Wyznaczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że liczba orłów jest większa lub równa 2.
43. Mamy dwie urny typu A_1 zawierające 3 białe i 7 czarnych kul, trzy urny typu A_2 zawierające 2 białe, 3 czarne i 5 zielonych kul oraz pięć urn typu A_3 zawierających 1 białą i 9 czarnych kul. Wyciągnięto kulę, która okazała się być biała. Jakiemu typowi urny odpowiada największe prawdopodobieństwo pochodzenia kuli i jaka jest jego wartość liczbowa?
44. Z partii przedmiotów, z których m jest dobrych i n wadliwych wybrano r sztuk. Przy kontroli okazało się, że pierwszych k spośród r wybranych jest dobrych. Obliczyć prawdopodobieństwo, że następny przedmiot będzie dobry.

45. Wylosowany kamień domina okazał się nie być podwójnym (tzn. na jego połowach są różne ilości oczek). Jakie jest prawdopodobieństwo, że następny dobrany losowo spośród pozostałych będzie można do niego przystawić?

46. Partia towaru liczy N sztuk. Weryfikacja jakości odbywa się w ten sposób, że po wykryciu wadliwych k sztuk w próbie n elementów partia taka będzie odrzucona,
$(1 < k < n < N)$. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że partia zawierająca n wadliwych sztuk będzie przyjęta.

47. Wykaż, że jeśli $P(A) = a, P(B) = b$, gdzie $b \neq 0$, to $P(A \mid B) \geqslant 1 - \frac{1-a}{b}$.

48. Zbadaj, dla jakich zdarzeń A, B spełniony jest warunek $P(A) = P(A \mid B) + P(A \mid B')$.

49. Danych jest k_1 urn zawierających po m_1 kul białych i n_1 kul czarnych oraz k_2 urn zawierających po m_2 kul białych i n_2 kul czarnych. Z losowo wybranej urny wylosowano kulę która okazała się biała. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kula ta pochodzi z jednej z urn typu pierwszego.

50. Rzucamy dwoma jednorodnymi kostkami. Obliczyć prawdopodobieństwo otrzymania sumy oczek równej 3, jeśli wiadomo, że na jednej kostce było jedno oczko.

51. W urnie znajduje się 6 kul białych i 6 czarnych. Losujemy bez zwracania 2 kule. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowano za drugim razem kulę czarną, jeśli wiadomo, że za pierwszym razem wylosowano kulę białą.

52. W szkole liczącej 800 uczniów przeprowadzono ankietę z której wynikało, że 300 uczniów ma problemy z matematyką. Na 100 uczniów mających kłopoty z matematyką było 10 z ocena niedostateczna z tego przedmiotu. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wybierając jednego ucznia będzie on miał ocenę niedostateczną z matematyki.

53. Wśród bliźniąt 64% to bliźnięta tej samej płci. Obliczyć prawdopodobieństwo, że drugie z bliźniąt jest dziewczynką pod warunkiem, że

    - pierwsze jest dziewczynką;
    - pierwsze jest chłopcem,

    jeśli wiadomo, że prawdopodobieństwo urodzenia chłopca wynosi 51%.

54. Trzy fabryki A, B, C dostarczają uszczelki do magazynu w stosunku ilościowym 3:2:4. Fabryka A produkuje średnio 5% braków, B 2%, zaś C 3%. Losujemy z magazynu jedną uszczelkę. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania dobrej.

55. Dane są dwie urny. I zawiera 4 kule białe, 5 kul czarnych i 3 niebieskie, a II 2 białe, 4 czarne i 2 kule niebieskie. Rzucamy symetryczną monetą. Jeśli wypadł orzeł to losujemy z urny I, w przeciwnym wypadku z urny II. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosujemy kule czarną.

56. Dane są dwie urny. I zawiera 6 kul białych i 4 czarne, a II 5 białych i 5 kul czarnych. Rzucamy raz jednorodną kostką do gry, Jeśli wypadły co najmniej 4 oczka losujemy 2 kule z urny I, w przeciwnym wypadku z urny II. Obliczyć prawdopodobieństwo, że otrzymamy dwie kule białe.

57. Strzelec A trafia do tarczy 8 razy na 10, zaś B 9 razy na 10. Sędzia rzuca dwoma symetrycznymi monetami. Jeśli wypadnie co najmniej jeden orzeł, to strzela A, w przeciwnym wypadku B. Obliczyć prawdopodobieństwo trafienia w tarczę.

58. W grupie uczniów, którzy mają przystąpić doustnego egzaminu maturalnego z matematyki znajdują się uczniowie z trzech klas czwartych $a, , b, c$. Wiadomo iż uczniowie klasy a stanowiący 10% całej grypy umieją odpowiedzieć na wszystkie pytania. Uczniowie klasy b stanowiący 30% grupy umieją odpowiedzieć na 50% pytań, zaś uczniowie klasy c tylko na 25% wszystkich pytań. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrany uczeń odpowie na zadane pytanie.

59. Do sklepu dostarczono żarówki w 12 pudłach mających normę minimum 2000 godzin świecenia. 4 pudła z fabryki I produkującej średnio 60% żarówek zgodnych z normą, 5 pudeł z fabryki II produkującej średnio 72% żarówek zgodnych z normą, reszta z fabryki III, w której produkuję się 80% żarówek zgodnych z normą.

    - Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że losując trzy żarówki z pudeł fabryk II lub III otrzymamy dokładnie dwie zgodne z normą;

- Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że losując jedną żarówkę z pudeł fabryk II lub III otrzymamy zgodną z normą;
- Kupiono żarówkę, która nie spełnia normy. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z fabryki I.

60. Trzy fabryki A, B, C dostarczają na rynek ubiory pokrywając odpowiednio 45% , 20% i 30% zapotrzebowania Gatunek I stanowi odpowiednio 80%, 60% oraz 90% produkcji fabryk. Obliczyć jaki procent ubiorów znajdujących się na rynku stanowią ubiory gatunku I.

61. Zakłady Z_1, Z_2, Z_3 produkują igły w ilościach odpowiednio równych 20000, 15000 i 25000 sztuk. Wiadomo, że zakłady te produkują odpowiednio 0,3 %, 0,2 % i 0,4 % braków. Produkcja zakładów gromadzona jest w trzech oddzielnych pomieszczeniach. Wylosowano jedną igłę, która okazała się brakiem. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z zakładu Z_1.

62. Dane są dwie urny zawierające odpowiednia m_1 i m_2 kul białych oraz n_1 i n_2 kul czarnych. Z każdej z urn losowana jest jedna kula, a następnie z wylosowanych kul wybierana jest jedna z nich. Jakie jest prawdopodobieństwo, że otrzymamy kulę białą?

63. W przędzalni zakładów bawełnianych znajduje się 200 przędzarek trzech różnych typów: 100 typu A, 60 typu B i 40 typu C. Każda z maszyn produkuje taką samą ilość przędzy danego gatunku, a ilość przędzy dla odpowiednich typów maszyn A,B,C wynoszą odpowiednio 87,5 % - I gatunek, 8,7 % - II gatunek, 1,7 % -III gatunek, reszta braki; 92,4 % - I gatunek, 6,2 % - II gatunek, 0,9 % -III gatunek, reszta braki; 90,8 % - I gatunek, 7,1 % - II gatunek, 1,2 % -III gatunek, reszta braki;
    - Obliczyć prawdopodobieństwo, że pobrana losowo cewka z przędzarki typu B będzie poniżej II gatunku;
    - Losujemy 2 cewki z przędzarki typu A. Obliczyć prawdopodobieństwo, że obie będą I gatunku;
    - Losujemy po jednej cewce z przędzarki każdego typu. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wszystkie będą brakami.

64. W hurtowni znajdują się lodówki trzech fabryk A, B, C. Lodówki fabryki A stanowią 45% wszystkich lodówek w hurtowni, B 40%, reszta C. Wadliwość lodówek z każdej fabryk wynosi odpowiedni 0,1% 0,05% 0,02%. Wybieramy losowo jedną lodówkę. Obliczyć prawdopodobieństwo, że będzie ona dobra.

65. Dane z poprzedniego zadania. Wylosowano lodówkę, która okazała się wadliwa. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z fabryki A.

66. W magazynie znajdują się identyczne towary trzech fabryk A, B, C w ilościach równych odpowiednio A - 45%, B - 40%, C - 15%. Wadliwość towaru z każdej fabryk wynosi odpowiedni 0,1% 0,2% 0,3%. Wybraliśmy losowo jedną sztukę towaru, która okazała się dobra. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z fabryki C.

67. Dane są dwie urny A i B. Urna A zawiera 17 kul białych, 3 czarne i 4 niebieskie, zaś urna B 10 białych, 5 czarnych i 15 niebieskich. Rzucamy kostką do gry, a następnie losujemy dwie kule z urny z godnie z następującą regułą: *Jeśli w pierwszym rzucie wypadły jedno lub dwa oczka losujemy z urny A, a jeśli 3,4,5 to z urny B. Natomiast gdy wypadło sześć oczek, to rzucamy ponownie i dokonujemy losowania urny zgodnie z regułą podaną dla pierwszego rzutu kostką z tym, że w przypadku wyrzucenia 6 losujemy również z urny B.* Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul różnych kolorów.

68. W hurtowni znajdują się pralki z trzech zakładów Z_1, Z_2, Z_3. Pralki zakładu Z_1 stanowią 60% stanu magazynu hurtowni, Z_2 30%, a Z_3 10%. 90% pralek produkcji zakładu Z_1 stanowią pralki ze znakiem jakości Q, a w zakładach Z_2 i Z_3 stanowią odpowiednia 80% i 60%. W hurtowni kupiono jedną pralkę ze znakiem Q. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z zakładu Z_3.

69. W hurtowni znajdują się trzy pomieszczenia, w których składowane oddzielnie są lodówki z trzech fabryk A, B, C. Ilość lodówek z fabryki A wynosi 60%, z fabryki B 30%, a z C 10%. Średnio 0,2% lodówek z fabryki A jest wadliwa, z fabryki B 0,3%,a z C 0,1%. Losujemy jedną lodówkę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie ona sprawna.

70. Treść, jak w zadaniu 69. Wiemy, że wylosowano lodówkę wadliwą. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z fabryki C.

71. Co jest bardziej prawdopodobne: wygrać z równorzędnym przeciwnikiem
    - 2 partie z 3, czy
    - 3 partie z 5 ?

72. Z urny zawierającej 2 kule białe i 3 czarne losujemy 5 razy po 2 kule, wrzucając je po każdym losowaniu z powrotem do urny. Jakie jest prawdopodobieństwo, że 3 razy zostanie wylosowana para kul różnokolorowych?

73. W centrali telefonicznej jest n linii, z których każda niezależnie od pozostałych może być zajęta. Prawdopodobieństwo, że dana linia jest wolna wynosi p. Znaleźć najbardziej prawdopodobną liczbę linii wolnych.

74. Zdarzenie A pojawia się z tym samym prawdopodobieństwem w ciągu niezależnych doświadczeń losowych. Prawdopodobieństwo, że A nastąpi w ciągu czterech doświadczeń przynajmniej raz wynosi $\frac{1}{2}$. Jakie jest prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia A w jednym doświadczeniu?

75. Jakie jest prawdopodobieństwo parzystej ilości sukcesów w schemacie Bernoulliego, jeśli $p = \frac{1}{2}$?

76. Jakie jest prawdopodobieństwo parzystej ilości sukcesów w schemacie Bernoulliego, jeśli p jest dowolne?

77. Ile razy należy rzucić kostką, aby prawdopodobieństwo wypadnięcia "5" było niemniejsze niż $\frac{1}{2}$?

78. Prawdopodobieństwo wypadku akrobaty przy pierwszym w danym dniu występie wynosi $\frac{1}{10000}$, natomiast przy drugim $\frac{1}{1000}$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że akrobata nie będzie miał wypadku pod czas 100 kolejnych występów, przy założeniu, że
    - ma jeden występ dziennie,
    - ma dwa występy dziennie.

79. Jest 30000 abonentów centrali telefonicznej. Prawdopodobieństwo, że dany abonent zgłosi się w ciągu ustalonych 10 minut wynosi $\frac{1}{10000}$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w ciągu 10 minut zgłosi się dokładnie 4 abonentów? Wsk. Skorzystać z tw. Poissona.

80. W ciągu godziny jest średnio 60 zgłoszeń. Telefonistka wyszła na pół minuty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w tym czasie:
    - nie będzie żadnego zgłoszenia;
    - będzie dokładnie jedno zgłoszenie?

    Wsk. Skorzystać z tw. Poissona. Czemu jest równa wartość oczekiwana dla rozkładu Poissona?

81. Wyznaczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że przy n niezależnych rzutach monetą liczba uzyskanych orłów będzie większa niż liczba uzyskanych reszek.

82. Które ze zdarzeń jest bardziej prawdopodobne:
    - w 4 rzutach kostką wypadnie chociaż raz 6 oczek
    - w 24 rzutach dwoma kostkami chociaż raz wypadnie para (6,6).

83. Centrala abonencka obsługuje 10 telefonów. Prawdopodobieństwo, że w ciągu t- minut zadzwoni jeden abonent wynosi 0,4. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w ciągu t minut zadzwoni:
    - 15 abonentów;
    - ca najmniej 2 abonentów;
    - nie więcej niż 3 abonentów.

84. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że w 10 rzutach monetą orzeł wypadnie
    - dokładnie 2 razy;

- co najwyżej dwa razy;
- co najmniej dwa razy.

85. Jeżeli przeciętnie 5 dni w tygodniu jest deszczowych, to jakie jest prawdopodobieństwo, że 2 dni z 3 będą pogodne?

86. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wśród 500 osób co najmniej 2 osoby będą miały urodziny w Nowy Rok, jeśli przyjmiemy, że rok liczy 365 dni.

87. Średnio 977 ziarna na 1000 kiełkuje. Jakie jest prawdopodobieństwo, że siejąc 1000000 ziaren 995000 wykiełkuje.

88. Prawdopodobieństwo trafienia samolotu z pojedynczego działa wynosi $0,1$. Samolot został ostrzelany salwą z 10 dział. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że samolot został trafiony.

89. Prządka obsługuje 1000 wrzecion. Wiadomo, że prawdopodobieństwo zerwania się nitki jednego wrzeciona w ciągu 1 minuty wynosi $0,004$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w ciągu 1 minuty zerwą się co najwyżej 3 nitki na trzech wrzecionach.

90. Prawdopodobieństwo awarii sieci cieplnej na danym osiedlu w ciągu jednej doby wynosi $0,2$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w ciągu 15 dni nastąpi:
    - 5 awarii;
    - najwyżej dwie awarie.

91. Sześci robotników korzysta z przerwami i niezależnie od siebie z energii elektrycznej. Każdy z nich podłączony jest średnio 8 minut w ciągu godziny. Sieć elektryczna jest przeciążona jeśli co najmniej 5 robotników pobiera energię elektryczną. Obliczyć prawdopodobieństwo przeciążenia sieci.

92. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losują ze zwracaniem trzy razy po trzy kule z urny zawierającej 7 kul białych, 5 czarnych i 3 niebieskie otrzymamy dokładnie 2 razy różnokolorowe kule.

93. Grupa studentów licząca 22 osoby pisze kolokwium. Obliczyć prawdopodobieństwo, że dokładnie dwie osoby zaliczą je, jeśli prawdopodobieństwo zaliczenia kolokwium przez pojedynczego studenta wynosi 0,1.

94. Oddział chirurgii pewnego szpitala przygotował 20 łóżek na dobowy ostry dyżur. Prawdopodobieństwo przyjścia chorego na ten oddział w tym dniu wynosi 0,4. Obliczyć prawdopodobieństwo, że zostanie tego dnia przyjętych co najmniej 4 chorych.

95. W urnie znajduje się 18 kul czarnych i 12 białych. Losujemy kule pojedynczo za każdym razem zwracając. Obliczyć prawdopodobieństwo
    - wszystkie trzy kule są czarne;
    - otrzymano dokładnie dwie kule czarne.

96. Pewne zdarzenie może zajść w dowolny dzień tygodnia z takim samym prawdopodobieństwem Obliczyć prawdopodobieństwo nie zajścia zdarzenia w określony dzień tygodnia (np. w środę) w ciągu 12 kolejnych tygodni, jeśli wiadomo iż zdarzenie zachodzi każdego tygodnia.

97. Na przystanku tramwajowym czeka 10 pasażerów. Wiedząc, że tramwaj składa się z dwóch wagonów obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że do każdego wagonu wsiądzie po 5 pasażerów.

98. Prawdopodobieństwo pojawienia się zdarzenia A w pojedynczym doświadczeniu jest równe $p > 0$. Oszacować liczbę niezależnych doświadczeń n by prawdopodobieństwo zdarzenia, że chociaż w jednym z tych doświadczeń wystąpi zdarzenie A było większe lub równe niż $p_0, p < p_0 < 1$.