

Lista zadania nr 5

Metody probabilistyczne i statystyka

studia I stopnia – informatyka (rok 2)

Wydziału Ekonomiczno-Informatycznego

Filia UwB w Wilnie

Jarosław Kotowicz

Instytut Matematyki Uniwersytet w Białymstoku

17 stycznia 2009

Zmienna losowa dyskretna c.d.

1. Obliczyć dystrybuanty, wartości oczekiwane i wariancje zmiennych losowych z poprzedniej listy.
2. Dane są 4 urny i 3 kule. Rozmieszczamy kule w urnach. Zmienna losowa przyjmuje wartości równe ilości pustych urn. Obliczyć:
 - rozkład zmiennej losowej;
 - wartość oczekiwaną;
 - wariancje zmiennej losowej.
3. Z sześciiany o krawędzi a wylosowano dwa wierzchołki. Zmienna losowa przyjmuje wartości równe odległości tych wierzchołków. Obliczyć:
 - rozkład zmiennej losowej;
 - wartość oczekiwaną;
 - wariancje zmiennej losowej.
4. Z sześciiany o krawędzi a wylosowano trzy wierzchołki. Zmienna losowa przyjmuje wartości równe polu trójkąta utworzonego z tych wierzchołków. Obliczyć:
 - rozkład zmiennej losowej;
 - wartość oczekiwaną;
 - wariancje zmiennej losowej.
5. Spośród zbioru par liczb $\{(k, l) : k, l \in \{0, 1, \dots, 9\}\}$ losowana jest jedna para (m, n) . Wartością zmiennej losowej X jest $m + n$. Wyznaczyć $E(X)$.
6. Trójkąt równoramienny na płaszczyźnie jest utworzony przez wektor $[1, 0]$ oraz inny wektor o długości 1 w kierunku losowym (wierzchołek trójkąta ma rozkład jednostajny na okręgu jednostkowym). Znaleźć dystrybuantę i gęstość rozkładu zmiennej losowej mierzącej długość trzeciego boku.
7. Obliczyć dystrybuantę zmiennej losowej rozkładu jednostajnego na odcinku $]a, b[$.
8. Zmienna losowa podlega rozkładowi według trapezu równoramiennego, o kącie nachylenia ramion $\frac{\pi}{6}$, przy czym $a \leq x \leq b$. Napisać równanie gęstości zmiennej losowej.

Zmienna losowa ciągła

1. Dana jest funkcja

$$f(x) = \begin{cases} a(l^2 - x^2)^{-0,5} & \text{gd}y \ |x| < l \\ 0 & \text{w p.p.} \end{cases}.$$

Określić parametr a , tak aby funkcja była gęstością, obliczyć dystrybuantę i $P(\{0 \leq X < 1\})$.

2. Czy można dobrać parametr a tak, aby podane funkcje były gęstościami pewnego rozkładu zmiennej losowej? Odpowiedź uzasadnij. W przypadku odpowiedzi pozytywnej policzyć ich dystrybuanty.

- $f(x) = \begin{cases} ax & \text{dla } x \in [0, 4] \\ 0 & \text{dla } x \notin [0, 4] \end{cases};$
- $f(x) = \begin{cases} ax & \text{dla } x \in [-1, 4] \\ 0 & \text{dla } x \notin [-1, 4] \end{cases};$
- $f(x) = \begin{cases} ax^2 & \text{dla } x \in [0, 3] \\ 0 & \text{dla } x \notin [0, 3] \end{cases};$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x \cdot (2-x) & \text{dla } x \in [0, a]; \\ 0 & \text{dla } x \notin [0, a]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} a & \text{dla } x \in [c, c + \frac{1}{a}]; \\ 0 & \text{dla } x \notin [c, c + \frac{1}{a}]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} ax & \text{dla } x \in [0, 1]; \\ 0 & \text{dla } x \notin [0, 1]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{dla } x \in [1, a]; \\ 0 & \text{dla } x \notin [1, a]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0; \\ ae^{-x} & \text{dla } x \geq 0; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \notin [0, a]; \\ x+2 & \text{dla } x \in [0, a]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \notin [0, \frac{\pi}{4}]; \\ a \cos x & \text{dla } x \in [0, \frac{\pi}{4}]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \notin [-1, a]; \\ x & \text{dla } x \in [-1, a]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \notin [-a, a]; \\ x^2 & \text{dla } x \in [-a, a]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{dla } x \in [-1, a]; \\ 0 & \text{dla } x \notin [-1, a]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \notin [0, 1]; \\ ax(2+x) & \text{dla } x \in [0, 1]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \notin [-1, a]; \\ x^2 + x & \text{dla } x \in [-1, a]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \notin [-a, a]; \\ |x| & \text{dla } x \in [-a, a]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \notin [-a, a]; \\ \cos x & \text{dla } x \in [-a, a]; \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \notin [0, a]; \\ x^3 & \text{dla } x \in [0, a]; \end{cases}$$

3. Dana jest gęstość

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{dla } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{dla pozostałych } x \end{cases}$$

Obliczyć dystrybuantę.