Zadania I Międzynarodowej Białorusko-Polskiej Olimpiady Matematycznej
dla uczniów szkół ponadgimnazjalnych
28 lutego 2015 roku

Zadanie 1.

Dane są liczby dodatnie a i b i cztery twierdzenia:
(1) a+1 dzieli się przez b;
(2) a jest równe 2b+5;
(3) a+b dzieli się przez 3;
(4) a+7b jest liczbą pierwszą.
Wiadomo, że jedno z tych twierdzeń jest fałszywe, a pozostałe trzy - prawdziwe.
Znaleźć wszystkie możliwe pary liczb a i b.

Zadanie 2.

Znaleźć wszystkie pary liczb całkowitych m i n, dla których spełniona jest równość:
$n^2+n=m^2+2m-9$.

Zadanie 3.

W trójkącie ABC długości boków AB, BC i AC są kolejnymi liczbami naturalnymi. Wiadomo, że $|AB| \geq 3$, zaś AD – to wysokość opuszczona na bok BC. Udowodnić, że $|CD|$ - $|BD|$ = 4

Zadanie 4.

Dwa okręgi o promieniach R i R/3 styczne zewnętrznie, posiadają wspólną styczną nieprzechodzącą przez punkt styczności tych okręgów. Obliczyć pole figury ograniczonej tymi okręgami i wspomnianą styczną.

Zadanie 5.

Ślimak S pełznie 2009 jednostek przed siebie, następnie skręca pod kątem prostym w prawo i pełznie naprzód o 2008 jednostek, znów skręca o 90° w prawo i pełznie 2007 jednostek itd., aż pokona prosty odcinek o długości 1. W jakiej odległości od punktu startu znajdzie się wówczas S?

Zadanie 6.

28% kobiet i 23% mężczyzn pracujących w pewnej firmie mówi po hiszpańsku, a 15% wszystkich pracowników zna francuski. Ilu co najmniej pracowników liczy ta firma?