



**Zadania Międzynarodowej Białorusko-Litewsko-Polskiej Olimpiady Matematycznej
rok szkolny 2015/2016, etap pierwszy**

Zadanie 1.

Dowieść, że jeżeli $m > 1$, to $m + \frac{4}{m^2} \geq 3$

Zadanie 2.

Dany jest okrąg oraz odcinek MN . Znaleźć na okręgu taki punkt C , aby trójkąt ABC , gdzie A i B są punktami przecięcia prostych MC i NC z okręgiem, był podobny do trójkąta MNC .

Zadanie 3.

Rozwiązać w liczbach rzeczywistych x, y, z układ równań

$$\begin{cases} x^2 = yz + 1 \\ y^2 = zx + 2 \\ z^2 = xy + 4 \end{cases}$$

Zadanie 4.

Uczeń skonstruował automat, który dzieli parzystą liczbę na połowę, a liczbę nieparzystą zwiększa o 5. Wiadomo, że po trzech krokach automat z nieparzystej liczby N otrzymał liczbę 35. Znajdź sumę cyfr liczby N .

Zadanie 5.

Na ulicy spotkało się dwóch matematyków. Jeden z nich mówi: "Mam trzech synów i iloczyn trzech liczb wyrażających wiek każdego z nich wynosi 36. Czy możesz powiedzieć, ile lat ma każdy syn?" Drugi matematyk pomyślał i odpowiedział: "Nie". Wtedy pierwszy matematyk powiedział, że suma lat jego synów jest równa liczbie okien w domu, przy którym stoją. Ponownie drugi matematyk nie może powiedzieć, ile lat ma każdy syn. A kiedy pierwszy matematyk powiedział, że jego najstarszy syn ma rude włosy, drugi matematyk od razu podał konkretny wiek każdego syna pierwszego matematyka. Ile lat ma każdy syn pierwszego matematyka?

Zadanie 6.

Długości ramion trapezu są w stosunku 1:2, a suma kątów przy dłuższej podstawie jest równa 120° . Znajdź miarę największego kąta trapezu.