Zadania Międzynarodowej Białorusko-Litewsko-Polskiej Olimpiady Matematycznej
rok szkolny 2015/2016, etap drugi, 5 marca 2016 roku

Zadanie 1.

Okrąg wpisany w trójkąt ABC jest styczny do boków AB, BC i AC odpowiednio w punktach C_1, A_1 i B_1 . Wiadomo, że $AA_1 = BB_1 = CC_1$. Udowodnić, że trójkąt ABC jest równoboczny.

Zadanie 2.

Długości boków trójkąta to pierwiastki równania $x^3 - 20x^2 + 280x - 1440 = 0$. Znaleźć pole trójkąta.

Zadanie 3.

Po kolei zapisane są cyfry 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3,… (grupa cyfr 1, 2, 3 występuje 342 razy). W pierwszym kroku usuwamy wszystkie cyfry stojące na miejscach nieparzystych. W drugim kroku usuwamy wszystkie cyfry stojące na miejscach nieparzystych w nowym, otrzymanym po pierwszym kroku szeregu cyfr. Później znowu przeprowadzamy taką samą operację tak długo, dopóki nie zostanie jedna cyfra. Jaka to będzie cyfra?

Zadanie 4.

Przedstawić wielomian $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ w postaci różnicy kwadratów dwóch wielomianów niejednakowego stopnia o współczynnikach rzeczywistych.

Zadanie 5.

Zbadać, kiedy suma sześcianów trzech kolejnych liczb naturalnych jest podzielna przez 18.

Zadanie 6.

Na jaką największą liczbę części może podzielić sferę 10 płaszczyzn przechodzących przez środek sfery?