Zadania Międzynarodowej Białorusko-Litewsko-Ukraińsko-Polskiej Olimpiady Matematycznej
rok szkolny 2016/2017, etap pierwszy (internetowy)

Zadanie 1.

W trzech gromadkach znajdują się odpowiednio następujące liczby orzechów: 22, 14 i 12. Czy można wyrównać liczby orzechów w każdej gromadce za pomocą trzech operacji, przestrzegając jednego warunku: z dowolnej gromadki można przełożyć na drugą tyle orzechów, ile ich jest w tej drugiej gromadce? Odpowiedź proszę uzasadnić.

Zadanie 2.

Długość podstawy trójkąta równoramiennego jest równa 32 cm, zaś długość zawartego w trójkącie odcinka prostej przechodzącej przez punkt przecięcia wysokości trójkąta i równoległej do podstawy trójkąta jest równa 14 cm. Znaleźć długość ramienia trójkąta.

Zadanie 3.

Udowodnić, że dla dowolnych liczb naturalnych a, b, c wartość wyrażenia $4a^2c^2 - (a^2 - b^2 + c^2)^2$ jest podzielna przez wartość wyrażenia $(a + b + c)$.

Zadanie 4.

Rozwiązać w zbiorze liczb całkowitych równanie: $x^3 + 91 = y^3$.

Zadanie 5.

Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$. Punkty K i L są odpowiednio środkami boków BC i AD. Symetralne odcinków AB i CD przecinają odcinek KL odpowiednio w punktach P i Q. Wykazać, że jeżeli $KP = LQ$, to proste AB i CD są równoległe.

Zadanie 6.

Ile istnieje różnych sposobów pomalowania wszystkich wierzchołków sześcianu za pomocą dwóch różnych kolorów? Odpowiedź proszę uzasadnić.