



Zadania Międzynarodowego Białorusko-Litewsko-Ukraińsko-Polskiego Konkursu Matematycznego rok szkolny 2016/2017, etap pierwszy (internetowy)

Zadanie 1.

Stara legenda głosi że czeska królowna Libusza obiecała oddać swą rękę temu z trzech ubiegających się o nią rycerzy, który rozwiąże takie oto zadanie:

Ile brzoskwiń mieści koszyk , z którego połowę całej zawartości oraz jedną brzoskwinie oddam pierwszemu, połowę reszty i jedną brzoskwinie drugiemu, a trzeciemu połowę pozostałych owoców i ostatnie trzy brzoskwinie?

Zadanie 2.

Zamierzasz lecieć samolotem non stop dookoła świata, ale można przebyć tylko połowę tej drogi, mając na starcie pełny bak paliwa. Jednak można zorganizować z tej samej bazy wiele samolotów takich samych jak Twój, aby pomagały w uzupełnianiu paliwa. Uzupełnianie paliwa może być wykonane w czasie lotu. Pomijamy czas potrzebny na uzupełnianie paliwa oraz zawracania i nie powodujemy katastrofy żadnego samolotu. Jaka minimalna liczba samolotów potrzebna jest do wykonania lotu dookoła świata? Odpowiedź proszę uzasadnić.

Zadanie 3.

W balu wzięło udział 102 królewiczów i 103 królowy. Po balu okazało się, że każdy królewicz zatańczył z taką samą liczbą królowien. Udowodnij, że pewne dwie królowy zatańczyły z taką samą liczbą królewiczów.

Zadanie 4.

Wyznacz wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych a, b , których iloczyn ab jest podzielny przez 175, a suma $a+b$ równa się 175.

Zadanie 5.

Dane są dwa prostokąty o równych polach i równych obwodach. Wykaż, że długości przekątnych obu prostokątów także są równe.

Zadanie 6.

Punkt P leży na sferze opisanej na sześcianie. Wykaż, że suma kwadratów odległości punktu P od wierzchołków sześcianu nie zależy od wyboru punktu P .