

Ćwiczenia trzynaste*
Badania operacyjne
(Programowanie dyskretne. Programowanie dynamiczne.
Programowanie w warunkach ryzyka)
kierunek: matematyka, studia I°
specjalność: matematyka finansowa

dr Jarosław Kotowicz

Zadanie 1. Firma produkująca dwa gatunki lodów B i C może ich tygodniowo wytworzyć maksymalnie 12 ton. Popyt na lody B jest ograniczony do co najwyżej 6 ton. Cena sprzedaży tony lodów B wynosi 6 tys. PLN, a lodów C – 7 tys. PLN. Zyski jednostkowe z 1 tony wynoszą odpowiednio 2 tys. PLN oraz 1 tys. PLN.

1. Ustalić optymalny tygodniowy plan produkcji lodów, jeżeli dla właściciela złotówka zysku jest dwa razy ważniejsza od złotówki przychodu.
2. Wyznaczyć plan produkcji maksymalizujący przychód, jeżeli zadawalający poziom zysku wynosi 16 tys. PLN
3. Ustalić rozwiązanie problemu (przy jednoczesnej maksymalizacji zysku i przychodu), które będzie minimalizowało odległość od punktu idealnego.

Zadanie 2. Rozważamy 6 projektów inwestycyjnych ($P_1 - P_6$). Każdy z tych projektów można scharakteryzować 3 wskaźnikami: r - wielkością robót, n - nakładami inwestycyjnymi, c - oczekiwanym efektem ekonomicznym. Wskaźniki te podano w tabelicy.

wskaźnik	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
r	5	6	3	8	8	4
n	7	6	4	8	11	8
c	6	10	11	13	17	9

Należy wyznaczyć zbiór projektów do realizacji, dający maksymalny łączny efekt ekonomiczny, przy ograniczeniach:

1. wielkość robót nie może przekraczać 26 jedn.;
2. nakłady inwestycyjne nie mogą być większe niż 28 jedn.;
3. projekty nie będą realizowane niezależnie od siebie:
 - (a) z projektów P_1, P_3 może być zrealizowany co najwyżej jeden;
 - (b) z projektów P_2, P_4, P_5 musi być zrealizowany co najmniej jeden;
 - (c) jeżeli zostanie zrealizowany projekt P_4 , to musi być zrealizowany projekt P_6 ;
 - (d) jeżeli zostanie zrealizowany co najmniej jeden z projektów P_1, P_2 , to musi być zrealizowany co najmniej jeden z projektów P_4, P_5, P_6 .

*©J.Kotowicz

Zadanie 3. Przedsiębiorstwo wytwarza 3 rodzaje wyrobów (W_1, W_2, W_3) na dwóch maszynach. Współczynniki technologiczne oraz maksymalne czasy pracy maszyn podano w tablicy.

Czas pracy	W_1	W_2	W_3	Max czas pracy
Maszyna I	5	3	2	28
Maszyna II	2	4	2	20
Zysk jednostkowy	c_1	c_2	c_3	

Względy ekonomiczne nakazują:

1. wytwarzanie j -tego wyrobu w ilości nie mniejszej niż p_j jedn. albo
2. nie wytwarzanie go w ogóle.

Ustalono, że $p_1 = 2$, $p_2 = 3$ i $p_3 = 4$. Należy znaleźć taki plan produkcji, aby zmaksymalizować zysk otrzymywany z produkcji wyrobów W_1, W_2, W_3 .

Zadanie 4. Mamy 4 stanowiska i 4 pracowników. Znamy macierz wydajności $W = [w_{i,j}]$, gdzie $w_{i,j}$ jest wydajnością j -tego pracownika na i -tym stanowisku. Należy ustalić taki przydział pracowników do stanowisk pracy, aby łączna wydajność całego zespołu była maksymalna. Wyznacz wszystkie optymalne przydziały, gdy

$$W = \begin{bmatrix} 10 & 8 & 9 & 7 \\ 6 & 4 & 12 & 7 \\ 5 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Zadanie 5. Stolarz produkuje stoły i krzesła, zużywając dwa limitowane środki: siłę roboczą (w roboczogodzinach) i drewno (w metrach). Normy zakładu, zasoby środków oraz cena wyrobów zawiera tabela. Stolarz dąży do maksymalizacji dochodu.

Środki	Stoły	Krzesła	Zasób
Robocizna	4	5	10
Drewno	4	2	7
Ceny	3	1	

1. Rozwiązać to zagadnienie przy użyciu metody Gomory'ego.
2. Rozwiązać to zagadnienie przy użyciu metody podziału i ograniczeń.
3. Rozwiązać to zagadnienie przy użyciu Solvera Excela.

Zadanie 6. Firma Aspolen zamierza prowadzić reklamę swojego nowego wyrobu w lokalnym programie telewizyjnym Kronika TV (KTV), w Gazecie Wyborczej (GW) oraz w radiu RMF. Na reklamę postanowiono przeznaczyć 7 mln zł. Dokonać podziału tej kwoty pomiędzy wspomniane kanały reklamowe, kierując się skutecznością reklamy, mierzoną przyrostem sprzedaży wyrobów.

Nakłady (w mln zł)		0	1	2	3	4	5	6	7
Przyrost sprzedaży wyrobów (w szt.) w przypadku reklamy w:	KTV	0	100	150	200	250	300	350	400
	GW	0	200	200	200	200	200	200	500
	RMF	0	100	100	300	400	500	500	550

Zadanie 7. Rozwiązać zadanie programowania całkowitoliczbowego

$$\begin{aligned}
 FC : & \quad 4x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max \\
 WO : & \quad x_1 + 5x_4 + 3x_5 \leq 9,5 \\
 & \quad x_2 - 2x_4 - x_5 \leq 2,5 \\
 & \quad x_3 + x_4 + x_5 \leq 4 \\
 & \quad x_1, \dots, x_5 \in \mathbb{Z}_+ \cup \{0\}
 \end{aligned}$$

Zadanie 8. Rozwiązać problem komiwojażera z kosztami przejazdu pomiędzy miastami danymi macierzą

$$\begin{pmatrix} \infty & 3 & 93 & 13 & 33 & 9 \\ 4 & \infty & 77 & 42 & 21 & 16 \\ 45 & 17 & \infty & 36 & 16 & 28 \\ 39 & 90 & 80 & \infty & 56 & 7 \\ 28 & 46 & 88 & 33 & \infty & 25 \\ 3 & 88 & 18 & 46 & 92 & \infty \end{pmatrix}.$$

Zadanie 9. Hodowca owiec na początku roku ma stado liczące 100 sztuk. Musi on podjąć decyzję jaką część stada sprzedać, a jaką zachować do dalszej hodowli, jeśli chce maksymalizować zysk w ciągu trzech lat. Założono, że:

1. sprzedaż następuje zawsze na początku roku,
2. pod koniec roku stado powiększa się o 50%,
3. na początku czwartego roku hodowla jest likwidowana.

Dane dotyczące cen sprzedaży oraz roczny koszt utrzymania jednej sztuki zapisano w tabeli

Lata	Cena sprzedaży w j.p.	Roczny koszt utrzymania w j.p.
1	56	20
2	55	21
3	56	22
4	58	-