

Ćwiczenia:* Teoria opcji – lista 6

kierunek: matematyka, specjalność: matematyka finansowa,
studia II°

dr Jarosław Kotowicz

Uwaga 1. Zadania 1 – 5 dotyczą rynku jednookresowego dwustanowego.

Zadanie 1. Niech model rynku \mathfrak{M} będzie bez możliwości arbitrażu. Oznaczmy przez $C_0(K)$ (odpowiednio $P_0(K)$) cenę opcji kupna (odpowiednio sprzedaży) z ceną wykonania K . Udowodnij, że

1. cena opcji kupna jest funkcją nierosnącą argumentu K ,
2. cena opcji sprzedaży jest funkcją niemalejącą argumentu K .

Zadanie 2. Udowodnij wzór

$$C_0 - P_0 = S_0 - \frac{K}{1+r}$$

na parytet kupna-sprzedaży dla cen opcji dla modelu rynku \mathfrak{M} będzie bez możliwości arbitrażu.

Zadanie 3. Przy założeniu, że $S^d \leq K \leq S^u$ wyznacz jawny wzór na cenę europejskiej opcji kupna i sprzedaży w modelu bez możliwości arbitrażu.

Zadanie 4. Udowodnij, że jeśli istnieje strategia φ taka, że $V_0(\varphi) < 0$ i $V_T(\varphi) \geq 0$, to istnieje arbitraż.

Zadanie 5. Uzasadnij następujące oszacowania w modelu rynku bez możliwości arbitrażu

$$\begin{aligned} \left(S_0 - \frac{K}{1+r}\right)^+ &\leq C_0 \leq S_0 \\ \left(\frac{K}{1+r} - S_0\right)^+ &\leq P_0 \leq \frac{K}{1+r}. \end{aligned}$$

Uwaga 2. Poczwszy od zadania 6 rozważamy model rynku skończonego.

Zadanie 6. Udowodnij, że zbiór strategii samofinansujących się jest przestrzenią wektorową.

Zadanie 7. Udowodnij, że stała strategia inwestycyjna jest strategią samofinansującą się.

*©J.Kotowicz