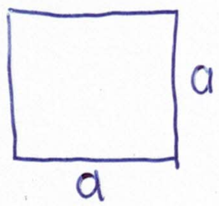
$\boxed{1.1}$

ZAD 1



4 - liczba wierzchołków
2 - liczba losowanych wierzchołków

x_i	a	$a\sqrt{2}$
p_i	$\frac{4}{6}$	$\frac{2}{6}$

x_i - możliwe wartości

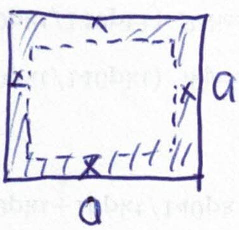
$x_i = a$ (wierzchołki tego samego boku)

$x_i = a\sqrt{2}$ (wierzchołki nie należą do tego samego boku - przekątna)

$$\overline{\overline{\Omega}} = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

Odp:

ZAD 3



Ponieważ losujemy pkt z kwadratu, więc odległość od najbliższego boku wynosi od 0 do $\frac{a}{2}$

Rozkład ciągły, więc dystrybuanta

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ \frac{a^2 - (a-2x)^2}{a^2} & 0 < x \le \frac{a}{2} \\ 1 & x > \frac{a}{2} \end{cases} = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ \frac{4ax - 4x^2}{a^2} & 0 < x \le \frac{a}{2} \\ 1 & x > \frac{a}{2} \end{cases}$$

$$a^2 - (a-2x)^2 = \cancel{a^2} - \cancel{a^2} + 4ax - 4x^2 = 4ax - 4x^2$$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0 & x \notin (0, \frac{a}{2}) \\ \frac{1}{a^2}(4a - 8x) & x \in (0, \frac{a}{2}) \end{cases}$$

Odp To rozkład dystrybuanta $F(x) =$

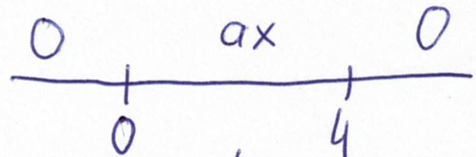
albo gęstość $f(x) =$

Jeżeli nie sprecyzowano w zadaniu, o które z nich chodzi!

$\boxed{1.2}$

ZAD 45 A

Rys. pomocniczy



Warunki 1) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$

2) $f(x) \geq 0$ dla $x \in \mathbb{R}$

AD 1 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{0} 0\,dx + \int_{0}^{4} ax\,dx + \int_{4}^{+\infty} 0\,dx = a\int_{0}^{4} x\,dx = a\cdot\frac{1}{2}x^2\Big|_{0}^{4} =$

$\frac{a}{2}(16-0) = 8a \Rightarrow 8a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{8}$

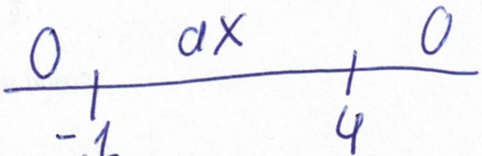
Ponieważ 1) dla $x \notin [0,4]$ $f(x) = 0 \geq 0$

2) dla $x \in [0,4] \Rightarrow x \geq 0 \wedge \frac{1}{8} > 0 \Rightarrow \frac{1}{8}x \geq 0$ dla $x \in [0,4]$

czyli $f(x) \geq 0$ dla $x \in \mathbb{R}$.

Odp. dla $a = \frac{1}{8}$ jest to gęstość

Zad 45 B



Podobnie sprawdzamy warunki 1 i 2

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \int_{-1}^{4} ax\,dx = a\cdot\frac{1}{2}x^2\Big|_{-1}^{4} = \frac{a}{2}(16-1) = \frac{15}{2}a \Rightarrow \frac{15}{2}a = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{15}$

dla $x \notin [-1,4]$ $f(x) = 0 \geq 0$

dla $x \in [-1,4]$ rozważamy $x \in (-1,0) \subset [-1,4]$ wtedy $x < 0$ dla $x \in (-1,0) \wedge a = \frac{2}{15} > 0$ więc $\frac{2}{15}x < 0$ dla $x \in (-1,0)$ ↯

Odp Nie można dobrać parametru a, aby funkcja była gęstością

$\boxed{1,5}$

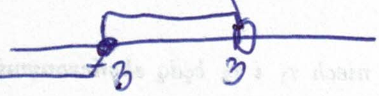
ZAD 46

$X \sim N(2,3)$

Oznaczenia F - dystrybuanta zm. los. X

Φ - dystrybuanta rozkładu zm. normalnego standardowego N(0,1)

$|X|<3 \iff -3<X<3 \iff X\in(-3,3)$ (rys. pomocniczy)



$\iff X\in(-\infty,3)\setminus(-\infty,3\rangle$

$P(|X|<3) = P(X\in(-\infty,3)\setminus(-\infty,-3\rangle) = P(X\in(-\infty,3)) - P(X\in(-\infty,-3\rangle)$

z faktu, że $A\subset B \Rightarrow P(B\setminus A)=P(B)-P(A)$

$= P(X<3) - P(X\le -3) = P(X\le 3) - P(X\le -3) = F(3)-F(-3) =$

bo X ma rozkład ciągły

$\overset{N(2,3)}{=} \Phi\left(\frac{3-2}{3}\right) - \Phi\left(\frac{-3-2}{3}\right) = \Phi\left(\frac{1}{3}\right) - \Phi\left(-\frac{5}{3}\right) = \Phi\left(\frac{1}{3}\right) - \left(1-\Phi\left(\frac{5}{3}\right)\right)$

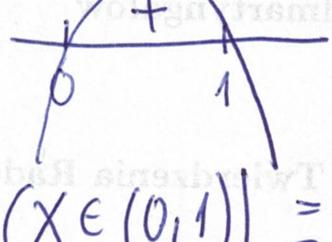
bo $\Phi(-a)=1-\Phi(a)$

$= \Phi\left(\frac{1}{3}\right) + \Phi\left(\frac{5}{3}\right) - 1 = \Phi(0,33) + \Phi(1,67) - 1 \approx 0,69230 + 0,95254 - 1 = \ldots$

przybliżenie dziesiętne

tablice

ZAD 47 pierwsza kropka

$x(1-x)>0 \iff$  $\iff X\in(0,1)$

$P(X(1-X)>0) = P(X\in(0,1)) = P(X\le 1) - P(X\le 0) = F(1) - F(0) =$

wszystkie kroki jak w ZAD 46

$= \Phi\left(\frac{1-1}{1}\right) - \Phi\left(\frac{0-1}{1}\right) = \Phi(0) - \Phi(-1) = \Phi(0) - (1-\Phi(1)) = \Phi(0)+\Phi(1)-1 =$

$= 0,5 + 0,84134 - 1 = \ldots$