Lista trzecia* †
Rachunek prawdopodobieństwa
kierunek: Informatyka i ekonometria, studia I°

dr Jarosław Kotowicz

1 Prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa

Zadanie 1. *W hurtowni znajdują się lodówki trzech fabryk A, B, C. Lodówki fabryki A stanowią 45% wszystkich lodówek w hurtowni, B 40%, reszta C. Wadliwość lodówek z każdej fabryk wynosi odpowiedni 0,1% 0,05% 0,02%. Wylosowano lodówkę, która okazała się wadliwa. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z fabryki A.*

Zadanie 2. *Na pewnym kierunku studiów skład grupy studenckiej przedstawiał się następująco: I grupa 14 studentek i 11 studentów, II 12 studentek i 12 studentów, II 17 studentek i 5 studentów. Z listy zawierającej spis wszystkich osób studiujących na tym kierunku wylosowano osobę, która okazała się studentką. Obliczyć prawdopodobieństwo, że należy ona do grupy III.*

Zadanie 3. *Wiadomo, że 1 osoba na 38 spośród przekraczających (pewną) granicę przemyca narkotyki. Specjalnie wytresowany pies zatrzymuje co 27 osobę spośród nie przemycających narkotyków i przepuszcza (nie zatrzymuje) co 9 osobę spośród przemycających narkotyki. Jakie jest prawdopodobieństwo, że osoba, która przeszła przez granicę nie zatrzymana przez psa jest przemytnikiem narkotyków?*

Zadanie 4. *Z trzech klubów zaproponowano odpowiednio: 4, 6, 5 kandydatów do reprezentowania kraju w zawodach. Prawdopodobieństwa wygranej w zawodach dla zawodników kolejnych klubów wynoszą odpowiednio: 0,9 , 0,7 , 0,8 . Wylosowany z grona kandydatów zawodnik wygrał. Z którego klubu najprawdopodobniej on pochodzi?*

Zadanie 5. *Mamy 5 urn: w 2 są po 2 kule białe i po 1 czarnej, w 1 10 kul czarnych, w pozostałych 2 są po 3 kule białe i po 1 czarnej. Losujemy urnę, a następnie z niej losujemy jedna kulę. Obliczyć prawdopodobieństwo, że będzie ona biała.*

Zadanie 6. *W pierwszej urnie znajduje się a białych i b czarnych kul. W drugiej b białych i a czarnych kul. Przenosimy jedną kulę z pierwszej urny do drugiej, a następnie wyciągamy kulę z drugiej urny. Obliczyć prawdopodobieństwo, że jest to biała kula.*

Zadanie 7. *Dane są dwie urny. I zawiera 5 kul białych i 3 czarne, a II 6 białych i 2 czarne. Z losowo wybranej urny wzięto kulę. Obliczyć prawdopodobieństwo, że będzie to kula czarna.*

Zadanie 8. *Mamy 5 urn typu A i 7 urn typu B. W każdej z urn typu A jest po 7 kul białych, 3 czarnych i 5 niebieskich, a w każdej z urn typu B: 4 białe, 4 czarne i 7 niebieskich. Z losowo wybranej urny wzięto dwie kule. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania kul różnokolorowych.*

Zadanie 9. *Dane są dwie urny. Jedna zawiera 17 kul białych i 2 czarne, druga 5 białych i 23 czarne. Rzucamy kostką do gry. Jeśli otrzymaliśmy co najwyżej dwa oczka to losujemy z urny pierwszej, jeśli 3,4,5 to z drugiej, a jeśli 6 to rzucamy kostką jeszcze raz. Jeśli w drugim losowaniu otrzymamy 1 lub dwójkę losujemy z urny I, w przeciwnym wypadku z urny II.*

†Zadania 48–60 pochodzą od dr U. Ostaszewskiej ze strony znajdującej się pod adresem http://math.uwb.edu.pl/%7Euostasze/rachiie16.html.

- *Obliczyć prawdopodobieństwo, że losując dwie kul z urny otrzymamy dwie kule jednakowych kolorów;*
- *Wylosowano dwie jednokolorowe kul. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzą one z urny pierwszej.*

Zadanie 10. *W magazynie hurtowni znajdują się suszarki produkowane w trzech różnych zakładach* A_1, A_2, A_3. *Zapasy hurtowni stanowią odpowiednio* $40\%, 35\%, 25\%$ *produkcji zakładów* A_1, A_2, A_3. *Wiadomo, że zakłady produkują średnio* $1\%, 2\%, 3\%$ *braków. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo sprawdzona suszarka okaże się*

- *dobra;*
- *wybrakowana;*
- *Wylosowana suszarka okazała się dobra. Jakie jest prawdopodobieństwo, że została wyprodukowana w zakładzie* A_2*?*

Zadanie 11. *Treść zadania 10 z tym, że suszarki z każdego zakładu są składowane w oddzielnych pomieszczeniach. Rozwiązać zadanie przy takich założeniach.*

Zadanie 12. *W pudełku znajduję się 120 oporników A i 80 serii B. Losujemy jeden opornik. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie to opornik wadliwy, jeżeli w serii A jest 4% wadliwych, a w B 5%.*

Zadanie 13. *W magazynach hurtowni znajdują się sanki produkowane przez fabryki* A, B, C *Zapasy stanowią odpowiednio 40%, 35% i 25%. Wiadomo, że zakładu produkują odpowiednio 1%, 2% oraz 3% braków. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania sanek dobrych.*

Zadanie 14. *Niech*

$$\forall_{1\leqslant k\leqslant n-1}, P(\bigcap_{l=1}^{k} A_l) > 0.$$

Udowodnić, że

$$P(\bigcap_{l=1}^{n} A_l) = P(A_n/\bigcap_{l=1}^{n-1} A_l)\cdot P(A_{n-1}/\bigcap_{l=1}^{n-2} A_l)\cdot \ldots \cdot P(A_2/A_1)\cdot P(A_1).$$

Zadanie 15. *W każdej z wyprodukowanej przez warsztat partii kłódek średnio 98 % jest dobra, a na każde 100 kłódek dobrych przypada średnio 75 kłódek I gatunku. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrana kłódka jest I gatunku.*

Zadanie 16. *Strzelec trafia w tarczę z prawdopodobieństwem 0,9. Na każde 10 strzałów w sam środek trafia 2. Obliczyć prawdopodobieństwo, że strzelając do tarczy strzelec trafi w sam środek.*

Zadanie 17. *Udowodnić następujące twierdzenie: Jeśli* $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \Omega$, *dla* $i \neq j$ *zachodzi* $A_i \cap A_j = \emptyset, P(A_)) > 0, P(B) > 0$, *to dla dowolnego k zachodzi wzór:* $P(A_k|B) = \frac{P(A_k)P(B|A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)}$

Zadanie 18. *Do dyspozycji są armaty: I z 1 pociskiem oraz II z 2 pociskami. Do zniszczenia są dwa cele: A i B. Prawdopodobieństwo trafienia w cel A z armaty I wynosi* $p_I(A) = 0,8$. *Analogicznie* $p_I(B) = 0,75, p_{II}(A) = 0,5, p_{II}(B) = 0,35$. *W przypadku trafienia w cel prawdopodobieństwa jego zniszczenia są równe odpowiednio:* $P_I(A) = 0,4, P_I(B) = 0,5, P_{II}(A) = 0,5, P_{II}(B) = 0,6$. *Jak wykorzystać armaty, aby prawdopodobieństwo zniszczenia obu celów było największe? Obliczyć je.*

Zadanie 19. *Wiadomo, że w trakcie n rzutów monetą przynajmniej raz wypadł orzeł. Wyznaczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że liczba orłów jest większa lub równa 2.*

Zadanie 20. *Mamy dwie urny typu* A_1 *zawierające 3 białe i 7 czarnych kul, trzy urny typu* A_2 *zawierające 2 białe, 3 czarne i 5 zielonych kul oraz pięć urn typu* A_3 *zawierających 1 białą i 9 czarnych kul. Wyciągnięto kulę, która okazała się być biała. Jakiemu typowi urny odpowiada największe prawdopodobieństwo pochodzenia kuli i jaka jest jego wartość liczbowa?*

Zadanie 21. *Z partii przedmiotów, z których m jest dobrych i n wadliwych wybrano r sztuk. Przy kontroli okazało się, że pierwszych k spośród r wybranych jest dobrych. Obliczyć prawdopodobieństwo, że następny przedmiot będzie dobry.*

Zadanie 22. *Wylosowany kamień domina okazał się nie być podwójnym (tzn. na jego połowach są różne ilości oczek). Jakie jest prawdopodobieństwo, że następny dobrany losowo spośród pozostałych będzie można do niego przystawić?*

Zadanie 23. *Partia towaru liczy N sztuk. Weryfikacja jakości odbywa się w ten sposób, że po wykryciu wadliwych k sztuk w próbie n elementów partia taka będzie odrzucona,*
$(1 < k < n < N)$. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że partia zawierająca n wadliwych sztuk będzie przyjęta.

Zadanie 24. *Wykaż, że jeśli $P(A) = a, P(B) = b$, gdzie $b \neq 0$, to $P(A \mid B) \geqslant 1 - \frac{1-a}{b}$.*

Zadanie 25. *Zbadaj, dla jakich zdarzeń A, B spełniony jest warunek $P(A) = P(A \mid B) + P(A \mid B')$.*

Zadanie 26. *Danych jest k_1 urn zawierających po m_1 kul białych i n_1 kul czarnych oraz k_2 urn zawierających po m_2 kul białych i n_2 kul czarnych. Z losowo wybranej urny wylosowano kulę która okazała się biała. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kula ta pochodzi z jednej z urn typu pierwszego.*

Zadanie 27. *Rzucamy dwoma jednorodnymi kostkami. Obliczyć prawdopodobieństwo otrzymania sumy oczek równej 3, jeśli wiadomo, że na jednej kostce było jedno oczko.*

Zadanie 28. *W urnie znajduje się 6 kul białych i 6 czarnych. Losujemy bez zwracania 2 kule. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowano za drugim razem kulę czarną, jeśli wiadomo, że za pierwszym razem wylosowano kulę białą.*

Zadanie 29. *W szkole liczącej 800 uczniów przeprowadzono ankietę z której wynikało, że 300 uczniów ma problemy z matematyką. Na 100 uczniów mających kłopoty z matematyką było 10 z ocena niedostateczna z tego przedmiotu. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wybierając jednego ucznia będzie on miał ocenę niedostateczną z matematyki.*

Zadanie 30. *Wśród bliźniąt 64% to bliźnięta tej samej płci. Obliczyć prawdopodobieństwo, że drugie z bliźniąt jest dziewczynką pod warunkiem, że*

- *pierwsze jest dziewczynką;*
- *pierwsze jest chłopcem,*

jeśli wiadomo, że prawdopodobieństwo urodzenia chłopca wynosi 51%.

Zadanie 31. *Trzy fabryki A, B, C dostarczają uszczelki do magazynu w stosunku ilościowym 3:2:4. Fabryka A produkuje średnio 5% braków, B 2%, zaś C 3%. Losujemy z magazynu jedną uszczelkę. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania dobrej.*

Zadanie 32. *Dane są dwie urny. I zawiera 4 kule białe, 5 kul czarnych i 3 niebieskie, a II 2 białe, 4 czarne i 2 kule niebieskie. Rzucamy symetryczną monetą. Jeśli wypadł orzeł to losujemy z urny I, w przeciwnym wypadku z urny II. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosujemy kule czarną.*

Zadanie 33. *Dane są dwie urny. I zawiera 6 kul białych i 4 czarne, a II 5 białych i 5 kul czarnych. Rzucamy raz jednorodną kostką do gry, Jeśli wypadły co najmniej 4 oczka losujemy 2 kule z urny I, w przeciwnym wypadku z urny II. Obliczyć prawdopodobieństwo, że otrzymamy dwie kule białe.*

Zadanie 34. *Strzelec A trafia do tarczy 8 razy na 10, zaś B 9 razy na 10. Sędzia rzuca dwoma symetrycznymi monetami. Jeśli wypadnie co najmniej jeden orzeł, to strzela A, w przeciwnym wypadku B. Obliczyć prawdopodobieństwo trafienia w tarczę.*

Zadanie 35. *W grupie uczniów, którzy mają przystąpić doustnego egzaminu maturalnego z matematyki znajdują się uczniowie z trzech klas czwartych $a, , b, c$. Wiadomo iż uczniowie klasy a stanowiący 10% całej grypy umieją odpowiedzieć na wszystkie pytania. Uczniowie klasy b stanowiący 30% grupy umieją odpowiedzieć na 50% pytań, zaś uczniowie klasy c tylko na 25% wszystkich pytań. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrany uczeń odpowie na zadane pytanie.*

Zadanie 36. *Do sklepu dostarczono żarówki w 12 pudłach mających normę minimum 2000 godzin świecenia. 4 pudła z fabryki I produkującej średnio 60% żarówek zgodnych z normą, 5 pudeł z fabryki II produkującej średnio 72% żarówek zgodnych z normą, reszta z fabryki III, w której produkuję się 80% żarówek zgodnych z normą.*

- *Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że losując trzy żarówki z pudeł fabryk II lub III otrzymamy dokładnie dwie zgodne z normą;*
- *Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że losując jedną żarówkę z pudeł fabryk II lub III otrzymamy zgodną z normą;*
- *Kupiono żarówkę, która nie spełnia normy. Obliczyć prawdopodobieństwo,że pochodzi ona z fabryki I.*

Zadanie 37. *Trzy fabryki A, B, C dostarczają na rynek ubiory pokrywając odpowiednio 45% , 20% i 30% zapotrzebowania Gatunek I stanowi odpowiednio 80%, 60% oraz 90% produkcji fabryk. Obliczyć jaki procent ubiorów znajdujących się na rynku stanowią ubiory gatunku I.*

Zadanie 38. *Zakłady Z_1, Z_2, Z_3 produkują igły w ilościach odpowiednio równych 20000, 15000 i 25000 sztuk. Wiadomo, że zakłady te produkują odpowiednio 0,3 %, 0,2 % i 0,4 % braków. Produkcja zakładów gromadzona jest w trzech oddzielnych pomieszczeniach. Wylosowano jedną igłę, która okazała się brakiem. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z zakładu Z_1.*

Zadanie 39. *Dane są dwie urny zawierające odpowiednia m_1 i m_2 kul białych oraz n_1 i n_2 kul czarnych. Z każdej z urn losowana jest jedna kula, a następnie z wylosowanych kul wybierana jest jedna z nich. Jakie jest prawdopodobieństwo, że otrzymamy kulę białą?*

Zadanie 40. *W przędzalni zakładów bawełnianych znajduje się 200 przędzarek trzech różnych typów: 100 typu A, 60 typu B i 40 typu C. Każda z maszyn produkuje taką samą ilość przędzy danego gatunku, a ilość przędzy dla odpowiednich typów maszyn A,B,C wynoszą odpowiednio 87,5 % - I gatunek, 8,7 % - II gatunek, 1,7 % -III gatunek, reszta braki; 92,4 % - I gatunek, 6,2 % - II gatunek, 0,9 % -III gatunek, reszta braki; 90,8 % - I gatunek, 7,1 % - II gatunek, 1,2 % -III gatunek, reszta braki;*

- *Obliczyć prawdopodobieństwo, że pobrana losowo cewka z przędzarki typu B będzie poniżej II gatunku;*
- *Losujemy 2 cewki z przędzarki typu A. Obliczyć prawdopodobieństwo, że obie będą I gatunku;*
- *Losujemy po jednej cewce z przędzarki każdego typu. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wszystkie będą brakami.*

Zadanie 41. *W hurtowni znajdują się lodówki trzech fabryk A, B, C. Lodówki fabryki A stanowią 45% wszystkich lodówek w hurtowni, B 40%, reszta C. Wadliwość lodówek z każdej fabryk wynosi odpowiedni 0,1% 0,05% 0,02%. Wybieramy losowo jedną lodówkę. Obliczyć prawdopodobieństwo, że będzie ona dobra.*

Zadanie 42. *Dane z poprzedniego zadania. Wylosowano lodówkę, która okazała się wadliwa. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z fabryki A.*

Zadanie 43. *W magazynie znajdują się identyczne towary trzech fabryk A, B, C w ilościach równych odpowiednio A - 45%, B - 40%, C - 15%. Wadliwość towaru z każdej fabryk wynosi odpowiedni 0,1% 0,2% 0,3%. Wybraliśmy losowo jedną sztukę towaru, która okazała się dobra. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z fabryki C.*

Zadanie 44. *Dane są dwie urny A i B. Urna A zawiera 17 kul białych, 3 czarne i 4 niebieskie, zaś urna B 10 białych, 5 czarnych i 15 niebieskich. Rzucamy kostką do gry, a następnie losujemy dwie kule z urny z godnie z następującą regułą: Jeśli w pierwszym rzucie wypadły jedno lub dwa oczka losujemy z urny A, a jeśli 3,4,5 to z urny B. Natomiast gdy wypadło sześć oczek, to rzucamy ponownie i dokonujemy losowania urny zgodnie z regułą podaną dla pierwszego rzutu kostką z tym, że w przypadku wyrzucenia 6 losujemy również z urny B. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul różnych kolorów.*

Zadanie 45. *W hurtowni znajdują się pralki z trzech zakładów Z_1, Z_2, Z_3. Pralki zakładu Z_1 stanowią 60% stanu magazynu hurtowni, Z_2 30%, a Z_3 10%. 90% pralek produkcji zakładu Z_1 stanowią pralki ze znakiem jakości Q, a w zakładach Z_2 i Z_3 stanowią odpowiednia 80% i 60%. W hurtowni kupiono jedną pralkę ze znakiem Q. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z zakładu Z_3.*

Zadanie 46. *W hurtowni znajdują się trzy pomieszczenia, w których składowane oddzielnie są lodówki z trzech fabryk A, B, C. Ilość lodówek z fabryki A wynosi 60%, z fabryki B 30%, a z C 10%. Średnio 0,2% lodówek z fabryki A jest wadliwa, z fabryki B 0,3%,a z C 0,1%. Losujemy jedną lodówkę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie ona sprawna.*

Zadanie 47. *Treść, jak w zadaniu 46. Wiemy, że wylosowano lodówkę wadliwą. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z fabryki C.*

2 Zadania różne

Zadanie 48. *Udowodnić, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia aksjomaty prawdopodobieństwa.*

Zadanie 49. *Rzucamy dwie kości do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma oczek będzie*

a. równa 7, jeśli wiadomo, że różnica ich jest równa 3,

b. nie mniejsza od 7, jeśli wiadomo, że różnica ich jest równa 3,

c. nie mniejsza od 7, jeśli wiadomo, że różnica ich jest mniejsza od 3.

Zadanie 50. *Rzucamy trzema kostkami. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na żadnej kostce nie wypadła szóstka, jeśli na każdej kostce wypadła inna liczba oczek?*

Zadanie 51. *Z talii 8 kart -czterech króli i czterech asów -wybieramy losowo dwie karty. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że wybrano 2 asy, jeśli wiemy, że:*

a. wybrano co najmniej jednego asa,

b. wśród wybranych kart jest czerwony as,

c. wśród wybranych kart jest as trefl.

Zadanie 52. *Oblicz $P(A|B)$, gdy $P(A') = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{1}{6}$ oraz $P(B|A) = \frac{1}{2}$.*

Zadanie 53. *Podać przykład zdarzeń A i B, dla których*

a. $P(A) \leqslant P(A|B)$;

b. $P(A) = P(A|B)$;

c. $P(A) \geqslant P(A|B)$.

Zadanie 54. *Wybieramy losowo jeden ze zbiorów $A = \{1, 2, \ldots, 62\}$ lub $B = \{1, 2, \ldots, 124\}$. Z wybranego zbioru losujemy liczbę x. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że liczba $x^2 + 1$ jest podzielna przez 10.*

Zadanie 55. *Urna zawiera n kul białych i m kul czarnych. Losujemy jedną kulę, a następnie wrzucamy ją ponownie do urny dorzucając dodatkowo k kul białych, jeśli była to kula biała lub k kul czarnych, jeśli była czarna. Obliczyć prawdopodobieństwo wyciągnięcia kuli białej z tak uzupełnionej urny.*

Zadanie 56. *Mamy 5 urn typu A i 7 urn typu B. W każdej z urn typu A jest po 7 kul białych, 3 czarnych i 5 niebieskich, a w każdej z urn typu B: 4 białe, 4 czarne i 7 niebieskich. Z losowo wybranej urny wzięto dwie kule.*

a. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania kul różnokolorowych.

b. Wylosono kule jednakowego koloru. Oblicz prawdopodobieństwo, że pochodziły z urny typu A.

Zadanie 57. *W pewnej fabryce maszyny typu A, B, C dają odpowiednio 25%, 35% i 40% produkcji danego wyrobu. Maszyny te produkują odpowiednio 5%, 4% i 2% braków.*

a. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowano towar dobry.

b. Wylosowano towar dobry. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi on z maszyny B?

Zadanie 58. *Pewna choroba występuje w 0.2% ogółu ludności. Przygotowano test do jej wykrycia. Test daje wynik pozytywny u 97% chorych i 1% zdrowych. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana osoba jest chora, jeśli test tej osoby dał wynik pozytywny.*

Zadanie 59. *Rzucamy dwiema kostkami. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przynajmniej na jednej kostce wypadła szóstka, jeśli wiadomo, że suma otrzymanych oczek wynosi co najmniej 9?*

Zadanie 60. *Dane są dwie urny A i B. Urna A zawiera 17 kul białych, 3 czarne i 4 niebieskie, zaś urna B 10 białych, 5 czarnych i 15 niebieskich. Rzucamy kostką do gry, a następnie losujemy dwie kule z urny z godnie z następującą regułą:*

Jeśli w pierwszym rzucie wypadły jedno lub dwa oczka losujemy z urny A, a jeśli 3,4,5 to z urny B. Natomiast gdy wypadło sześć oczek, to rzucamy ponownie i dokonujemy losowania urny zgodnie z regułą podaną dla pierwszego rzutu kostką z tym, że w przypadku wyrzucenia 6 losujemy również z urny B. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul różnych kolorów.

Zadanie 61. *Na trzech kolejnych zmianach dokonuje się przeglądu technicznego 2 spośród 6 maszyn, które należy poddać temu przeglądowi. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w ciągu tych trzech zmian wszystkie maszyny zostały poddane przeglądowi, gdyby kolejne zmiany nie przekazywały sobie informacji.*

Zadanie 62. *Trzy ściany czworościanu zostały pomalowane na biało, czerwono i zielono zaś czwarta w pasy biało-czerwono-zielone. Doświadczenie polega na rzucaniu czworościanu na płaszczyznę i obserwowaniu koloru ściany, na którą upadł czworościan. Zdarzenia B, C, Z określono następująco*

B – czworościan upadł na ścianę białą,

C – czworościan upadł na ścianę czerwoną,

Z – czworościan upadł na ścianę zieloną.

Zadanie 63. *Średnio 20 mężczyzn na 100 i 15 kobiet na 100 ma grupę krwi 0. Z grupy osób w której jest 80 mężczyzn i 70 kobiet wylosowano jedna osobę. Okazało się, ze ma ona krew grupy 0. Jakie jest prawdopodobieństwo, ze jest to kobieta?*

Zadanie 64. *Na 100 mężczyzn 5 nie rozróżnia kolorów, a na 100 kobiet 2 nie rozróżnia kolorów. Z grupy o jednakowej liczbie kobiet i mężczyzn wylosowano daltonistę. Jakie jest prawdopodobieństwo, ze jest to mężczyzna?*

Zadanie 65. *W pewnej firmie są dwa telefony, każdy z nich jest zajęty z prawdopodobieństwem 0.7. Przy założeniu, że jeden z telefonów jest zajęty, drugi jest zajęty z prawdopodobieństwem 0.4. Jakie jest prawdopodobieństwo, ze co najmniej jeden z nich będzie wolny?*

Zadanie 66. *Z przeprowadzonych badań wynika, ze 80% kobiet i 45% mężczyzn ogląda w telewizji programy typu „reality show". Z grupy złożonej z 1500 kobiet i 2000 mężczyzn wybrano losowo jedną osobę.*

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, ze wybrana osoba ogląda programy typu reality show?

b) Okazało się, ze wylosowana osoba ogląda programy typu „reality show". Jakie jest prawdopodobieństwo, ze jest to mężczyzn, a jakie ze jest kobieta?

Zadanie 67. *W fabryce pewne detale produkowane są na trzech maszynach: A, B, C. Na maszynie A dziennie produkuje się 200 detali, z których 4% jest wadliwych, na maszynie B - 300 detali z których 5% jest wadliwych, natomiast na maszynie C - 400 detali, z których 2% jest wadliwych. Całodzienna produkcja składana jest w jednym pojemniku.*

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, ze wzięty z pojemnika w sposób losowy detal będzie wadliwy? odp. 0.034

b) Wzięty z pojemnika w sposób losowy detal okazał się wadliwy. Jakie jest prawdopodobieństwo, ze został on wyprodukowany na maszynie A? odp. 0.258

Zadanie 68. *Zenek uwielbia konkursy organizowane przez stację radiowe. prawdopodobieństwo wygrania koszulki w konkursie Radio Zet wynosi 0.2 Zakładając, ze oba konkursy są niezależne oblicz prawdopodobieństwo wygrania przez Zenka co najmniej jednej koszulki. odp. 0.28*

Zadanie 69. *Każdy z dwu niezależnych systemów alarmowych działa z prawdopodobieństwem 0.9. Jakie jest prawdopodobieństwo, ze oba zawiodą jednocześnie. odp. 0.01*

Zadanie 70. *Firma ochrony mienia „Spokój" zainstalowała w domu pana Zenka instalację alarmową połączoną z siedzibą firmy. Przy próbie włamania alarm ten zadziała w 95% przypadków. Może się jednak zdarzyć i tak, ze alarm włączy się wtedy, gdy nie ma żadnego zagrożenia. Prawdopodobieństwo takiego fałszywego alarmu jest małe i wynosi 0.01. Biorą pod uwagę poziom zamożności pana Zenka oraz lokalizację jego domu, prawdopodobieństwo włamania oszacowano na 0.005. Jakie jest prawdopodobieństwo, ze gdy włączy się alarm, naprawdę istnieje zagrożenie?*

Zadanie 71. *Produkowany wyrób może by zaklasyfikowany z jednakowym prawdopodobieństwem do jednej z trzech klas: I,II,III. Określamy zdarzenia – wylosowany wyrób będzie: I albo II klasy (zdarzenie A), I albo III klasy (zdarzenie B), II albo III klasy (zdarzenie C). Zbadać, czy zdarzenia A, B, C są:*

a) niezależne parami,

b) niezależne zespołowo.

Zadanie 72. *Pewien towar produkują 3 zakłady. Prawdopodobieństwo wyprodukowania przez te zakłady towaru pierwszej jakości wynosi odpowiednio 0.97, 0.90, 0.86. Znaleźć prawdopodobieństwo tego, ze losowo wzięta sztuka towaru – spośród trzech sztuk pochodzących z różnych zakładów – jest pierwszej jakości.*

Zadanie 73. *Na przenośnik taśmowy trafiają jednakowe wyroby wytwarzane przez 3 automaty. Stosunek ilościowy produkcji automatów kształtuje się tak jak: 2:2:1. Poza tym wiadomo, ze automat pierwszy produkuje 85% wyrobów I gatunku, drugi – 80% I gatunku, trzeci – 90% I gatunku. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, ze losowo wzięty z przenośnika wyrób:*

a) wyprodukowany został przez drugi automat,

b) jest wyrobem I gatunku wyprodukowanym przez drugi automat,

c) jest wyrobem I gatunku,

d) który okazał się I gatunku, jest wyprodukowany przez drugi automat.

Zadanie 74. *Mietek oszacował, ze prawdopodobieństwo umówienia się na randkę z Elą wynosi 0.5, natomiast prawdopodobieństwo umówienia się na randkę z Krysią wynosi 0.7, przy czym zdarzenia te są niezależne. Jakie jest prawdopodobieństwo ze Mietek umówi się randkę z przynajmniej jedną z dziewcząt?*

Zadanie 75. *Kazio dowiedział się, ze aby nie zostać wyrzuconym z egzaminu ustnego z rachunku prawdopodobieństwo trzeba odpowiedzieć poprawnie na przynajmniej jedno z trzech zadanych pytań (każde pytanie dotyczy innego działu). Z prowadzonych przez starszych kolegów Kazia obserwacji wynika, ze prawdopodobieństwo udzielenia poprawnej odpowiedzi na każde z pytań jest jednakowe i wynosi 1/3 . Jakie jest prawdopodobieństwo, ze Kazio nie zostanie wyrzucony z egzaminu?*

Zadanie 76. *Trzej strzelcy strzelają jednocześnie do tej samej tarczy. Pierwszy strzelec trafia w tarczę z prawdopodobieństwem 0.8, drugi z prawdopodobieństwem 0.6, a trzeci z prawdopodobieństwem 0.7. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń*

a) A – tarcza zostanie co najmniej raz trafiona,

b) B – tarcza zostanie dokładnie dwa razy trafiona.