

Lista dziewiąta* †
Rachunek prawdopodobieństwa
kierunek: Informatyka i ekonometria, studia I°

dr Jarosław Kotowicz

1 Zadania różne

Zadanie 1. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej X o rozkładzie:

- a) dwupunktowym na zbiorze $\{a, b\}$;
- b) równomiernym na zbiorze $\{1, 2, \dots, 6\}$;
- c) Bernoulliego (dwumianowym) z parametrami n, p ;
- d) Poissona z parametrem λ ;
- e) geometrycznym z parametrem p

Zadanie 2. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej X o rozkładzie:

- a) jednostajny na odcinku $[a, b]$;
- b) wykładniczy z parametrem λ ;
- c) normalny z parametrami: m, σ ;
- d) Cauchy'ego;
- e) gamma z parametrami a, b .

Zadanie 3. Udowodnić podane na wykładzie własności wariancji.

Zadanie 4. Udowodnić $E(X) = 0 \Rightarrow E(|X|) \leq \frac{1}{2}(1 + \text{Var}(X))$.

Zadanie 5. Obliczyć k -ty moment zmiennej losowej o rozkładzie wykładniczym.

Zadanie 6. Obliczyć k -ty moment zmiennej losowej o rozkładzie normalnym z parametrami $m = 0, \sigma$.

Zadanie 7. Niech X będzie zmienną nieujemną. Udowodnić, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} P(X \geq n) \leq E(X) \leq 1 + \sum_{n=1}^{\infty} P(X \geq n).$$

Zadanie 8. Podać przykład zmiennej losowej X takiej, że $E(|X|) > E(|X|^2)$.

Zadanie 9. Znajdź kwantyl rzędu $p = \frac{1}{3}$, gdy X jest zmienną losową o rozkładzie:

- a) wykładniczym z parametrem $\lambda = 2$;

*©J.Kotowicz

†Zadania 1–11 pochodzą od dr U. Ostaszewskiej znajdującej się pod adresem <http://math.uwb.edu.pl/%7Euostasze/rachnie16.html>.

- b) *jednostajnym na odcinku $[0, 3]$;*
- c) *równomiernym na zbiorze $\{1, 2, \dots, 6\}$;*
- d) *normalnym z parametrami $m = 1, \sigma = 3$.*

Zadanie 10. *Znajdź medianę, gdy X jest zmienną losową o rozkładzie:*

- a) *wykładniczym z parametrem $\lambda = 2$;*
- b) *jednostajnym na odcinku $[0, 3]$;*
- c) *równomiernym na zbiorze $\{1, 2, \dots, 6\}$.*

Zadanie 11. *Wyznacz odchylenie ćwiartkowe, gdy X jest zmienną losową o rozkładzie:*

- a) *wykładniczym z parametrem $\lambda = 2$;*
- b) *jednostajnym na odcinku $[0, 3]$;*
- c) *równomiernym na zbiorze $\{1, 2, \dots, 6\}$;*
- d) *normalnym z parametrami $m = 1, \sigma = 3$.*