

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 1A

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S1) Niech ρ będzie relacją określoną dla liczb naturalnych w następujący sposób:

$$x \rho y \iff x \text{ i } y \text{ dają taką samą resztę z dzielenia przez } 5.$$

Sprawdzić, że relacja ρ jest relacją równoważności. Podać klasy abstrakcji tej relacji o reprezentantach 0, 1 i 4.

Zadanie 2. (S2) Niech $f: [0, \infty) \rightarrow [-1, \infty)$, $f(x) = x^3 - 1$. Czy f jest bijekcją? Odpowiedź uzasadnij.

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 1B

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S1) Niech X to zbiór liczb, w których cyfry nie powtarzają się (tzn. różnowartościowych ciągów cyfr bez 0 na początku). Wykaż, że relacja

$$k \rho n \iff \text{liczba } k \text{ jest zbudowana z tych samych cyfr co liczba } n,$$

jest relacją równoważności. Wyznacz klasy abstrakcji o reprezentantach 123, 8420.

Zadanie 2. (S2) Niech $f: [0, \infty) \rightarrow (-\infty, 1]$, $f(x) = -x^3 + 1$. Czy f jest bijekcją? Odpowiedź uzasadnij.

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 2A

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S3) Sprawdzić, że dla $0 < n \in \mathbb{N}$ zachodzi

$$1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1).$$

Zadanie 2. (S4) Udowodnij, że dla dowolnej liczby naturalnej $n > 0$,

$$3 \mid 10^n + 4^n + 1.$$

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 2B

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S3) Sprawdzić, że dla $0 < n \in \mathbb{N}$ zachodzi

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n - 1)^3 = n^2(2n^2 - 1).$$

Zadanie 2. (S4) Udowodnij, że dla dowolnej liczby naturalnej $n > 0$,

$$3 \mid 10^n + 4^n - 2.$$

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 3A

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S5) Znajdź wzór jawny ciągu i uzasadnij jego poprawność indukcyjnie.

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 5, \quad a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} \quad \text{dla } n \geq 2.$$

Zadanie 2. (S6) Dany jest ciąg: 3, 7, 11, 15, Podaj wzór rekurencyjny oraz jawny tego ciągu.

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 3B

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S5) Znajdź wzór jawny ciągu i uzasadnij jego poprawność indukcyjnie.

$$a_0 = 3, \quad a_1 = -1, \quad a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} \quad \text{dla } n \geq 3.$$

Zadanie 2. (S6) Dany jest ciąg: 27, 9, 3, 1, Podaj wzór rekurencyjny oraz jawny tego ciągu.

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 4A

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S7) Ile jest liczb naturalnych w przedziale od 1 do 100 niepodzielnych ani przez 3, ani przez 5?

Zadanie 2. (S8) Browar produkuje 4 różne gatunki piwa: pils, ale, stout, i pszeniczne. W magazynie stoi 30 beczek piwa. Dlaczego wśród nich musi być albo 13 beczek pilsa, albo 9 beczek ale, albo 6 beczek stouta, albo 5 beczek pszenicznego?

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 4B

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S7) Ile jest liczb naturalnych w przedziale od 1 do 100 niepodzielnych ani przez 2, ani przez 5?

Zadanie 2. (S8) Uzasadnij, że wśród dowolnych 12 liczb naturalnych znajdziemy dwie, które przy dzieleniu przez 11 dają tę samą resztę.

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 5A

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S9) Oblicz, ile jest liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie nie występuje 0, pierwsza cyfra jest parzysta, a pozostałe nieparzyste.

Zadanie 2. (S10) Na ile sposobów można wybrać grupę 6 osób z grupy 10 mężczyzn i 20 kobiet? A ile jest sposobów wyboru, gdy wiadomo, że w tej grupie ma być dokładnie 3 mężczyzn?

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 5B

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S9) Na ile sposobów można umieścić 3 identyczne koszule w 7 szufladach tak, aby każda była w innej szufladzie? Jak zmieni się wynik, gdy każda koszula będzie inna?

Zadanie 2. (S10) Na ile sposobów z talii 52 kart można wybrać 8 kart tak aby były dokładnie 2 walety i 4 damy?

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 6A

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S11) Niech $a = 2^5 \cdot 3^6 \cdot 6^3$, $b = 2^5 \cdot 3^7 \cdot 4^2$, $c = 2^9 \cdot 3^2 \cdot 10^3$ i oblicz $\text{NWD}(a, b)$, $\text{NWW}(a, b)$, $\text{NWD}(b, c)$, $\text{NWW}(b, c)$, $\text{NWD}(a, b, c)$ i $\text{NWW}(a, b, c)$?

Zadanie 2. (S12) Oblicz $\text{NWD}(6^3, 65138734)$ oraz $\text{NWW}(12^{12}, 13860^{12})$.

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 6B

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S11) Niech $a = 2^3 \cdot 3^6 \cdot 6^4$, $b = 2^7 \cdot 3^9 \cdot 4^7$, $c = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 10^3$ i oblicz $\text{NWD}(a, b)$, $\text{NWW}(a, b)$, $\text{NWD}(b, c)$, $\text{NWW}(b, c)$, $\text{NWD}(a, b, c)$ i $\text{NWW}(a, b, c)$?

Zadanie 2. (S12) Oblicz $\text{NWD}(6^3, 25167826)$ oraz $\text{NWW}(12^{11}, 9240^{11})$.

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 7A

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S13) Podaj zbiór rozwiązań równań: $6x \equiv_{15} 21$ oraz $12x \equiv_{20} 35$.

Zadanie 2. (S14) Oblicz: $11^{12} \pmod{3}$, $9999^{8888} \pmod{8}$, $19^{201} \pmod{11}$.

MATEMATYKA DYSKRETNA: SPRAWDZIAN 7B

Imię:

Nazwisko:

1	2	Σ	Ocena

Zadanie 1. (S13) Podaj zbiór rozwiązań równań: $20x \equiv_{28} 12$ oraz $18x \equiv_{21} 35$.

Zadanie 2. (S14) Oblicz: $12^{12} \pmod{5}$, $9999^{8888} \pmod{10}$, $15^{33} \pmod{17}$.