

# WPROWADZENIE DO TEORII GRAFÓW: SPRAWDZIAN 1

Imię: ..... Nazwisko: .....

1	2	$\Sigma$	Ocena

**Zadanie 1.** Maciek lubi Marię, Martę i Magdę. Marek lubi Marię i Magdę. Maria i Marta lubią się nawzajem. Narysuj graf ukazujący te relacje.

**Zadanie 2.** Narysuj graf o 5 wierzchołkach i 8 krawędziach, który:

- (i) jest prosty,
- (ii) nie jest prosty, ale nie ma pętli,
- (iii) nie jest prosty, ale nie ma krawędzi wielokrotnych.

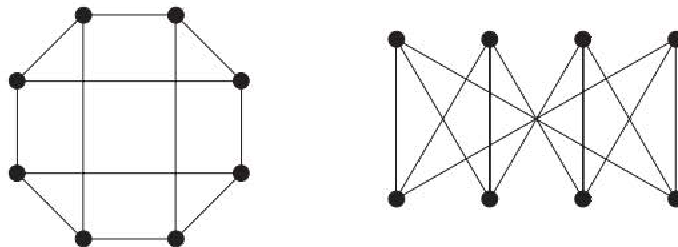
# WPROWADZENIE DO TEORII GRAFÓW: SPRAWDZIAN 2

Imię: .....

Nazwisko: .....

1	2	$\Sigma$	Ocena

**Zadanie 1.** Czy grafy z rysunku 1 są izomorficzne? Odpowiedź uzasadnij.



Rysunek 1

**Zadanie 2.** Niech  $G$  będzie grafem o  $n$  wierzchołkach i  $m$  krawędziach. Niech  $v$  będzie wierzchołkiem stopnia  $k$  grafu  $G$  i niech  $e$  będzie krawędzią  $G$ . Ile jest wierzchołków i krawędzi w  $G - e$ ,  $G - v$  i  $G \setminus e$ ?

# WPROWADZENIE DO TEORII GRAFÓW: SPRAWDZIAN 3

Imię: ..... Nazwisko: .....

1	2	$\Sigma$	Ocena

**Zadanie 1.** Ile wierzchołków i krawędzi mają następujące grafy?

- (a)  $C_5$ ,                      (b)  $K_{5,5}$ ,                      (c)  $Q_5$ ,                      (d)  $W_5$ ,                      (e)  $\overline{P_5}$ ?

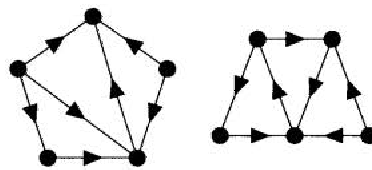
**Zadanie 2.** Czy każde dwa grafy  $r$ -regularne o  $n$  wierzchołkach są izomorficzne? Ile jest grafów regularnych stopnia 3 o 6 wierzchołkach?

# WPROWADZENIE DO TEORII GRAFÓW: SPRAWDZIAN 4

Imię: ..... Nazwisko: .....

1	2	$\Sigma$	Ocena

**Zadanie 1.** Czy grafy na rysunku 2 są izomorficzne? Odpowiedź uzasadnij.



Rysunek 2

**Zadanie 2.** Czy grafy dwudzielne mogą zawierać cykle jako podgrafy? Jeśli tak to podaj przykład. Czy w grafie dwudzielnym może istnieć jako podgraf cykl o nieparzystej ilości wierzchołków?

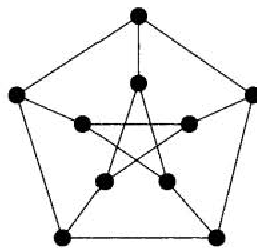
# WPROWADZENIE DO TEORII GRAFÓW: SPRAWDZIAN 5

Imię: ..... Nazwisko: .....

1	2	$\Sigma$	Ocena

**Zadanie 1.** W grafie Petersena (rysunek 3) znaleźć

- (a) ścieżkę długości 5,
- (b) drogę długości 9,
- (c) cykle długości 5, 6, 8 i 9.



Rysunek 3

**Zadanie 2.** Grafem *odwrotnym* do digrafu  $D$  jest digraf  $D'$  uzyskany przez odwrócenie kierunków wszystkich łuków w  $D$ .

- (a) Podaj przykład digrafu  $D$  o co najmniej 3 wierzchołkach izomorficznego z digrafem  $D'$  odwrotnym do niego.
- (b) Jaki jest związek pomiędzy macierzami sąsiedności digrafu  $D$  i digrafu  $D'$  odwrotnego do  $D$ ?

# WPROWADZENIE DO TEORII GRAFÓW: SPRAWDZIAN 6

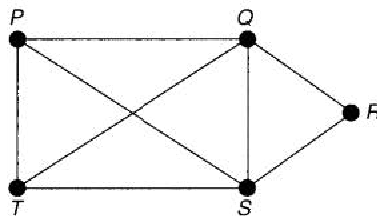
Imię: ..... Nazwisko: .....

1	2	$\Sigma$	Ocena

**Zadanie 1.** Czy w grafie na rysunku 4 istnieją

- (a) rozcięcia o 2, 3 i 4 elementach?
- (b) zbiory rozdzielające 1, 2 lub 3 elementowe?

Odpowiedź uzasadnij.



Rysunek 4

**Zadanie 2.** Wyznacz liczby  $\kappa(G)$  oraz  $\lambda(G)$  dla następujących grafów  $G$ :

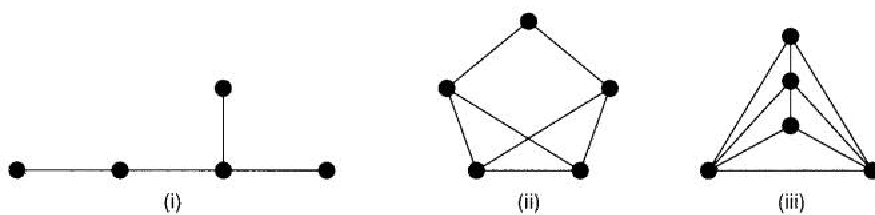
- (a)  $C_5$ ,
- (b)  $K_{2,3}$ ,
- (c)  $W_5$ ,
- (d)  $K_4$ .

# WPROWADZENIE DO TEORII GRAFÓW: SPRAWDZIAN 7

Imię: ..... Nazwisko: .....

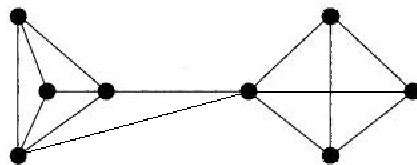
1	2	Σ	Ocena

**Zadanie 1.** Który z grafów na rysunku 5 jest orientowalny? Znajdź jego orientację.



Rysunek 5

**Zadanie 2.** Wyznacz parametry  $\delta$ ,  $\lambda$ ,  $\kappa$  grafu z rysunku 6.



Rysunek 6

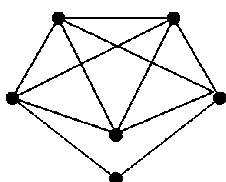
# WPROWADZENIE DO TEORII GRAFÓW: SPRAWDZIAN 8

Imię: .....

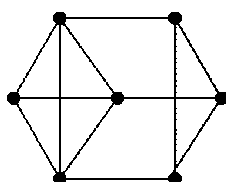
Nazwisko: .....

1	2	$\Sigma$	Ocena

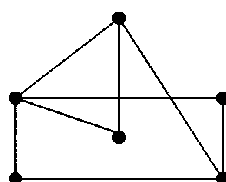
**Zadanie 1.** Który z grafów na rysunkach 11-14 jest eulerowski lub półeulerowski i dlaczego?



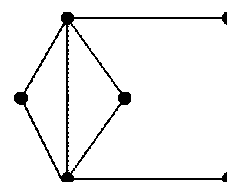
Rysunek 7



Rysunek 8



Rysunek 9



Rysunek 10

**Zadanie 2.**

- (i) Dla jakich wartości  $n$  graf  $K_n$  jest eulerowski?
- (ii) Dla jakich wartości  $r, s$  graf  $K_{r,s}$  jest eulerowski?



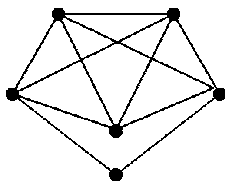
# WPROWADZENIE DO TEORII GRAFÓW: SPRAWDZIAN 9

Imię: .....

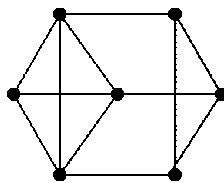
Nazwisko: .....

1	2	$\Sigma$	Ocena

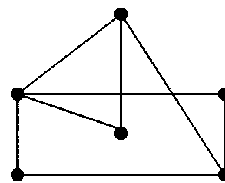
**Zadanie 1.** Który z grafów na rysunkach 11-14 jest hamiltonowski lub półhamiltonowski i dlaczego?



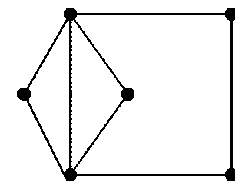
Rysunek 11



Rysunek 12



Rysunek 13



Rysunek 14

**Zadanie 2.** Uzasadnij odpowiedzi na następujące pytania.

- (i) Czy podgraf grafu niehamiltonowskiego może być hamiltonowski?
- (ii) Czy graf z wielokrotnymi krawędziami i pętlami może być hamiltonowski?
- (iii) Czy graf dwudzielny może być półhamiltonowski albo hamiltonowski?

# WPROWADZENIE DO TEORII GRAFÓW: SPRAWDZIAN 10

Imię: ..... Nazwisko: .....

1	2	$\Sigma$	Ocena

**Zadanie 1.** Ile krawędzi ma las o  $n$  wierzchołkach i  $k$  składowych spójnych?

**Zadanie 2.** Jaki jest rząd cykliczności i rząd rozcięcia grafów  $K_5$  i  $K_{2,3}$ ? W grafie  $K_{2,3}$  znajdź drzewo rozpinające  $T$  i wyznacz fundamentalne zbiory cykli oraz rozcięć związane z drzewem  $T$ .

# WPROWADZENIE DO TEORII GRAFÓW: SPRAWDZIAN 11

Imię: ..... Nazwisko: .....

1	2	$\Sigma$	Ocena

**Zadanie 1.** Ile jest drzew niepoetykietowanych i poetykietowanych o 4 wierzchołkach? Ile jest drzew rozpinających w poetykietowanym grafie  $K_4$ ? Odpowiedzi uzasadnij.

**Zadanie 2.** Dlaczego w grafie  $C_5H_{12}$  nie ma cykli? Ile jest możliwych takich grafów? Narysuj je.