

**MATEMATYKA DYSKRETNA**  
**POPRAWKOWE ZALICZENIE ĆWICZEŃ, WILNO 2023-07-05**

Imię: .....

Nazwisko: .....

1	2	3	4	5	6	7	Σ	Ocena

**Zadanie 1.** Znajdź wzór jawny ciągu i uzasadnij jego poprawność indukcyjnie.

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 5, \quad a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} \quad \text{dla } n \geq 2.$$

Dany jest ciąg: 27, 9, 3, 1, ... Podaj wzór rekurencyjny oraz jawny tego ciągu.

**Zadanie 2.** Dlaczego, wśród dowolnych 8 liczb naturalnych zawsze znajdziemy dwie, które przy dzieleniu przez 7 dają tę samą resztę.

**Zadanie 3.** Do autobusu wsiada grupa pasażerów składająca się z 6 kobiet i 5 mężczyzn. Ile istnieje wszystkich możliwych sposobów wejścia pasażerów do autobusu, jeżeli pierwsze wsiadają kobiety i wsiadanie odbywa się pojedynczo?

**Zadanie 4.** Pięciu chłopaków i dziesięć dziewcząt tańczy w parach. Na ile sposobów może być wykonany jeden taniec? A na ile sposobów może być wykonany taniec gdyby chłopaków też było dziesięciu?

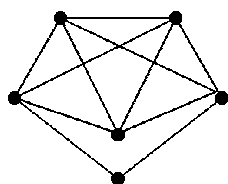
**Zadanie 5.** Oblicz:  $\text{NWD}(924, 630)$ ,  $\text{NWD}(6^3, 21057367912)$ , oraz  $11^{12} \pmod{3}$ .

**Zadanie 6.** Podaj zbiory rozwiązań następujących równań:

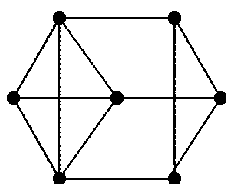
$$30x \equiv_{42} 18,$$

$$18x \equiv_{21} 35.$$

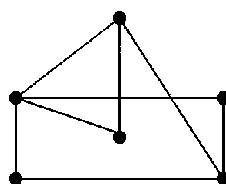
**Zadanie 7.** Który z grafów na rysunkach 1-4 jest eulerowski lub półeulerowski i dlaczego?



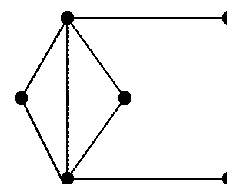
Rysunek 1



Rysunek 2



Rysunek 3



Rysunek 4

**MATEMATYKA DYSKRETNA**  
**EGZAMIN, WILNO 2023-07-05**

Imię: .....

Nazwisko: .....

1	2	3	4	5	6	7	$\Sigma$	Ocena

**Zadanie 1.** Znajdź wzór jawny ciągu i uzasadnij jego poprawność indukcyjnie.

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 5, \quad a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} \quad \text{dla } n \geq 2.$$

Dany jest ciąg: 27, 9, 3, 1, ... Podaj wzór rekurencyjny oraz jawny tego ciągu.

**Zadanie 2.** Browar produkuje 4 różne gatunki piwa: pils, ale, stout, i pszeniczne. W magazynie stoi 30 beczek piwa. Dlaczego wśród nich musi być co najmniej albo 13 beczek pilsa, albo 9 beczek ale, albo 6 beczek stouta, albo 5 beczek pszenicznego?

**Zadanie 3.** Oblicz, ile jest liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie nie występuje 0 i 1, jest dokładnie jedna cyfra 2, pierwsza cyfra jest parzysta, a pozostałe nieparzyste.

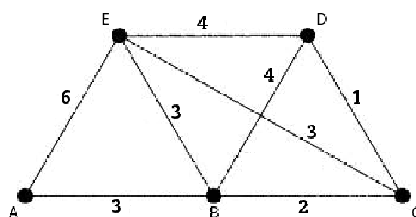
**Zadanie 4.** W pojemniku znajduje się 6 kul białych i 6 kul czarnych. Kule białe i czarne są ponumerowane od 1 do 6. Na ile różnych sposobów można wyjąć z pojemnika dwie kule? Na ile różnych sposobów można wyjąć z pojemnika dwie kule, ale tak, aby każda miała inny numer?

**Zadanie 5.** Oblicz:  $\text{NWD}(924, 630)$ ,  $\text{NWD}(6^3, 21057367912)$ , oraz  $11^{12} \pmod{3}$ .

**Zadanie 6.** Podaj zbiory rozwiązań następujących równań:

$$30x \equiv_{42} 18, \quad 18x \equiv_{21} 35.$$

**Zadanie 7.** Znajdź drzewo rozpinające o maksymalnej wadze w grafie na rysunku 1.



Rysunek 1

**MATEMATYKA DYSKRETNA**  
**EGZAMIN POPRAWKOWY, WILNO 2023-07-19**

Imię: .....

Nazwisko: .....

1	2	3	4	5	6	7	Σ	Ocena

**Zadanie 1.** Znajdź wzór jawny ciągu i uzasadnij jego poprawność indukcyjnie.

$$a_1 = 3, \quad a_2 = -1, \quad a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} \quad \text{dla } n \geq 3.$$

Dany jest ciąg: 32, 16, 8, 4, ... Podaj wzór rekurencyjny oraz jawny tego ciągu.

**Zadanie 2.** W magazynie stoją beczki z benzyną, olejem, płynem hamulcowym i płynem do chłodnic. Razem jest ich 20. Uzasadnij, że wśród nich musi być co najmniej 8 beczek benzyny, albo 6 beczek oleju, albo 5 beczek płynu hamulcowego, albo 4 beczki płynu do chłodnic.

**Zadanie 3.** Oblicz, ile jest liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie nie występuje 0 i 9, dwie pierwsze cyfry są nieparzyste, a pozostałe trzy parzyste.

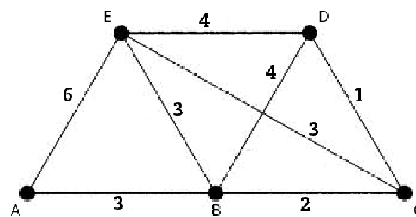
**Zadanie 4.** Na ile sposobów można wybrać grupę 5 osób z grupy 20 mężczyzn i 10 kobiet? A ile jest sposobów wyboru, gdy wiadomo, że w tej grupie ma być dokładnie 3 mężczyzn?

**Zadanie 5.** Oblicz:  $\text{NWD}(3080, 1638)$ ,  $\text{NWD}(6^3, 65138734)$  oraz  $9^{99} \pmod{5}$ .

**Zadanie 6.** Podaj zbiory rozwiązań następujących równań:

$$30x \equiv_{42} 24, \quad 18x \equiv_{21} 55.$$

**Zadanie 7.** Znajdź drzewo rozpinające o minimalnej wadze w grafie na rysunku 1.



Rysunek 1