

algebra liniowa
ekonometria i informatyka, 1 rok
lista 3

Zadanie 3.1 Przedstawić w postaci trygonometrycznej następujące liczby zespolone:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} 1 + i, & \text{(b)} -1 + i\sqrt{3}, & \text{(c)} -\sqrt{3} - i, \\ \text{(d)} (\sqrt{3} - i)^{20}, & \text{(e)} \sqrt{2 + \sqrt{2}} + i\sqrt{2 - \sqrt{2}}, & \text{(f)} \left(\frac{1+i}{1+i\sqrt{3}}\right)^{2009}. \end{array}$$

Zadanie 3.2 Wykonać działania stosując przedstawienie liczb zespolonych w postaci trygonometrycznej:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \frac{(1+i)^{10}}{(1+i\sqrt{3})^{15}}, & \text{(b)} \frac{3i}{1+i}, & \text{(c)} \left(\frac{1-i}{1+i\sqrt{3}}\right)^n, \\ \text{(d)} \frac{2+2i}{1-i}, & \text{(e)} \frac{1-\sqrt{3}i}{\sqrt{3}+i}, & \text{(f)} \frac{(1+i)^n}{(1-i)^{n-2}} \text{ dla } n > 2. \end{array}$$

Zadanie 3.3 Korzystając z własności liczb zespolonych wyrazić następujące funkcje za pomocą funkcji $\sin x$ i $\cos x$:

$$\text{(a)} \sin 4x, \quad \text{(b)} \cos 4x, \quad \text{(c)} \sin 5x, \quad \text{(d)} \cos 5x.$$

Zadanie 3.4 Wyznaczyć wszystkie wartości pierwiastków (wynik można podać w postaci trygonometrycznej):

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \sqrt{3 - 4i}, & \text{(b)} \sqrt{-1 + i\sqrt{3}}, & \text{(c)} \sqrt[3]{i}, \\ \text{(d)} \sqrt{8 - 8i}, & \text{(e)} \sqrt[4]{-8 - 8\sqrt{3}i}, & \text{(f)} \sqrt[4]{\frac{-1+i}{1-i\sqrt{3}}}, \\ \text{(g)} \sqrt[4]{2 \frac{(\sqrt{3}-i)^{30}}{(1+i)^{24}}}, & \text{(h)} \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^6}, & \text{(i)} \sqrt[3]{(1+i)^3}. \end{array}$$

Zadanie 3.5 (a) Wyznaczyć wszystkie wartości pierwiastka $\sqrt[n]{z}$ wiedząc, że jedna z wartości tego pierwiastka jest znana i wynosi w .

(b) Wyznaczyć wszystkie wartości pierwiastków $\sqrt[3]{(3+2i)^3}$, $\sqrt[6]{(5-i)^{12}}$.