

**algebra liniowa**  
**informatyka i ekonometria, 1 rok**  
**lista 4**

Zadanie 4.1 Obliczyć podane iloczyny macierzy:

a)  $\begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 29 \\ 2 & 18 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ ;    b)  $\begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sin \beta & \cos \beta \\ -\cos \beta & \sin \beta \end{bmatrix}$

c)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

Zadanie 4.2 Niech dane będą macierze  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ . Wykonaj jeśli to możliwe następujące działania: a)  $A^2 + B$ , b)  $AB + 3C^2$ , c)  $BA - A^T$ , d)  $AA^T - C$ , e)  $(B^T + A)C$ .

Zadanie 4.3 Rozwiązać podane równania macierzowe:

a)  $X + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \left( X - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 6 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)$ ,

b)  $2Y \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} + Y \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

Zadanie 4.4 Obliczyć kilka początkowych potęg macierzy  $A$  następnie wysunąć hipotezę o postaci macierzy  $A^n$ , gdzie  $n \in \mathbb{N}$  i uzasadnić ją za pomocą indukcji matematycznej, jeżeli:

a)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,    b)  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ .

Zadanie 4.5 Układając odpowiednie układy równań znaleźć wszystkie macierze zespolone  $X$  spełniające podane równania macierzowe:

a)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T X = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ,    b)  $X^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,    c)  $X = X^T \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ .

Zadanie 4.6 Obliczyć następujące wyznaczniki:

a)  $\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 8 & -5 \end{vmatrix}$ ,    b)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$     c)  $\begin{vmatrix} a & 0 & a \\ -a & 2a & 0 \\ 0 & -a & a \end{vmatrix}$ .

Zadanie 4.7 Napisać rozwinięcia Laplace'a podanych wyznaczników względem wskazanego wiersza lub kolumny:

a)  $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 7 & 0 \\ -4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$ , trzecia kolumna;    b)  $\begin{vmatrix} -1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & 3 & -7 \\ 1 & 3 & -5 & 9 \\ 2 & -2 & 4 & 6 \end{vmatrix}$ , drugi wiersz.