

algebra liniowa
informatyka i ekonometria, 1 rok
lista 5

Zadanie 5.1 Korzystając z rozwinięcia Laplace'a obliczyć podane wyznaczniki (wyznaczniki rozwinąć względem wiersza lub kolumny, które zawierają najwięcej zer):

$$\text{a) } \begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & -2 & 1 \\ 2 & -5 & 0 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & -3 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & -1 \\ 5 & 0 & 4 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

Zadanie 5.2 Obliczyć wyznacznik następujących macierzy:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{b) } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Zadanie 5.3 Wykorzystując własności wyznaczników oraz prawidłowości w ułożeniu elementów macierzy obliczyć podane wyznaczniki (zapisać operacje jakie wykonano na macierzach):

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 & (a+3)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 & (b+3)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 & (c+3)^2 \\ d^2 & (d+1)^2 & (d+2)^2 & (d+3)^2 \end{vmatrix}$$

Zadanie 5.4 Obliczyć podane wyznaczniki stosując algorytm Gaussa:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 4 & 7 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -5 & 8 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & -3 & 1 \\ 5 & 2 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 7 & 6 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & -2 & -3 & 5 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{d) } \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

Zadanie 5.5 Niech $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$. Obliczyć $\det(A^7)$.

Zadanie 5.6 Znaleźć macierze odwrotne do podanych:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{b) } B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

Zadanie 5.7 Korzystając z metody bezwyznacznikowej wyznaczyć macierze odwrotne do podanych:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{bmatrix}$$

Zadanie 5.8 Jakie są możliwe wartości wyznacznika macierzy rzeczywistej A stopnia n , jeżeli:

$$\text{a) } A^2 = 8A^{-1}, \quad \text{b) } A^3 - A = \mathbf{0}$$