

algebra liniowa
informatyka i ekonometria, 1 rok
lista 8

Zadanie 8.1 Które z podanych podzbiorów przestrzeni \mathbb{R}^4 są podprzestrzeniami liniowymi:

- a) $A = \{(t, t + 1, 0, 0) : t \in \mathbb{R}\}$,
- b) $B = \{(t, u, t + u, t - u) : t, u \in \mathbb{R}\}$,
- c) $C = \{t \cdot (1, 0, 1, 0) + u \cdot (1, 0, 0, 0) : t, u \in \mathbb{R}\}$,
- d) $D = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_1 + x_3 = 0\}$,
- e) $E = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_1 = 0 \text{ lub } x_3 = 0\}$.

Zadanie 8.2 Które z podanych podzbiorów przestrzeni $\mathbb{Q}[x]$ są podprzestrzeniami liniowymi:

- a) $A = \{F \in \mathbb{Q}[x] : st(F) = 6\}$,
- b) $B = \{F \in \mathbb{Q}[x] : st(F) \leq 6\}$,
- c) $C = \{F \in \mathbb{Q}[x] : F(2) = 0\}$,
- d) $D = \{F \in \mathbb{Q}[x] : F \text{ nie zawiera parzystych stopni } x\}$,
- e) $E = \{F \in \mathbb{Q}[x] : F \text{ nie jest podzielny przez } x^2 + 1\}$,

Zadanie 8.3 Zbadać liniową niezależność wektorów oraz sprawdzić, czy tworzą one bazę w przestrzeni V :

- a) $(1, 1, 0), (2, 2, 1), (0, 0, 1), V = \mathbb{R}^3$,
- b) $(1, 1, 0, 1), (2, 2, 1, 0), (0, 0, 1, 0), V = \mathbb{R}^4$,
- c) $\alpha_1 = (1, 2, 3, 4), \alpha_2 = (2, 3, 4, 1), \alpha_3 = (3, 4, 1, 2), \alpha_4 = (4, 1, 2, 3), V = \mathbb{R}^4$.

Zadanie 8.4 Czy wektor $[1, 1, 1]$ należy do podprzestrzeni przestrzeni \mathbb{R}^3 rozpiętej na wektorach $[1, 3, 2], [1, 2, 1]$ oraz $[2, 5, 3]$? A wektor $[1, 4, 3]$?

Zadanie 8.5 Dla jakich wartości parametru a wektory $(a, -a, a + 1), (a - 1, 0, a)$ oraz $(2, a, 3a)$ są liniowo niezależne w przestrzeni \mathbb{R}^3 ?

Zadanie 8.5 Czy można znaleźć bazę przestrzeni liniowej K^4 złożoną z wektorów (x_1, x_2, x_3, x_4) takich, że:

- a) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$,
- b) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$?