egzamin z rachunku prawdopodobieństwa - część zadaniowa
matematyka finansowa
4 lutego 2013
czas trwania 120 minut

imię i nazwisko .... **nr indeksu** ....

zad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ
punkty										

1. **(5 pkt/50 pkt)** Oblicz $P(A'|B')$, jeśli zdarzenia A, B się wykluczają, $P(A) = \frac{1}{3}$ oraz $P(B) = \frac{1}{6}$.

2. **(5 pkt/50 pkt)** Z urny, w której jest n kul, w tym 6 białych, losujemy kolejno dwie kule bez zwracania ich do urny. Dla jakich wartości n prawdopodobieństwo, że obie kule są białe, będzie większe od $\frac{1}{4}$?

3. **(5 pkt/50 pkt)** Prawdopodobieństwo trafienia do celu jednym strzałem z rewolweru wynosi $\frac{1}{2}$, a z karabinu $\frac{2}{3}$. Strzelec pragnie trafić co najmniej jeden raz. Czy powinien wybrać rewolwer z trzema nabojami, czy karabin z dwoma nabojami?

4. **(5 pkt/50 pkt)** Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A - wybrany na chybił trafił punkt z sześcianu o boku 10 cm, trafi do kuli wpisanej w ten sześcian.

5. **(5 pkt/50 pkt)** Wśród wierzchołków sześciokąta foremnego o boku długości 1 wybrano losowo dwa różne. Długość odcinka o końcach w wybranych wierzchołkach jest zmienną losową. Oblicz wartość oczekiwaną tej zmiennej.

6. **(5 pkt/50 pkt)** Stosując twierdzenie Moivre'a-Laplace'a obliczyć prawdopodobieństwo tego, że w 800 niezależnych próbach ilość sukcesów będzie większa niż 150, a mniejsza niż 250, jeśli prawdopodobieństwo sukcesu w każdej próbie jest równe $\frac{1}{4}$.

7. **(5 pkt/50 pkt)** Niech zmienna losowa X ma rozkład o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} a, & x \in [-1, 0) \\ \frac{3}{2}x, & x \in [0, 1] \\ 0, & x \notin [-1, 1] \end{cases}$$

Wyznaczyć parametr a. Obliczyć prawdopodobieństwo, że $|X - \frac{1}{4}| < \frac{1}{2}$.

8. **(5 pkt/50 pkt)** Dana jest zmienna losowa $X \in N(0, 1)$. Określamy zmienną losową $Y = X^2$. Wyznaczyć gęstość zmiennej losowej Y.

9. **(10 pkt/50 pkt)** Dokończyć następujące zdania:

a) Na ile sposobów możemy rozmieścić 5 koszul w trzech szufladach?

b) Ile jest liczb pięciocyfrowych o niepowtarzających się cyfrach?

c) Niech $P(A) = 0,3$ oraz $P(B) = 0,5$. Zdarzenia A i B są niezależne. Wtedy $P(A \cap B)$ wynosi:

d) Zmienna losowa X ma rozkład Bernoulliego z parametrami $n = 20$ oraz $p = \frac{2}{3}$. Wtedy $P(X = 7)$ wynosi:

e) Zmienna losowa X ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 3$. Wtedy $P(X = 2)$ wynosi:

f) Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem $\lambda = 2$. Wtedy jej gęstość dana jest wzorem:

g) Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $[1, 2]$. Wtedy jej dystrybuanta ma postać:

h) Zmienna losowa X ma rozkład normalny z parametrami $m = 2$, $\sigma = 3$. Wtedy $P(X < 1)$ wynosi:

i) Niech F oznacza dystrybuantę zmiennej losowej X. Przy pomocy dystrybuanty wyrazić $P(X = 3)$:

j) Zmienna losowa X ma rozkład normalny z parametrami $m = -1$, $\sigma = 3$. Wtedy $E(X)$ oraz $E(X^2)$ wynoszą:

egzamin z rachunku prawdopodobieństwa - część teoretyczna;
matematyka finansowa
4 lutego 2013
czas trwania 45 minut

Imię i nazwisko ....

zad	1	2	3	4	5	Σ_1	Σ_2	Σ
punkty								

1. **(10 pkt/40 pkt)** Podaj definicję przestrzeni probabilistycznej oraz sformułuj klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

2. **(5 pkt/40 pkt)** Wzór Bayesa z dowodem.

3. **(10 pkt/40 pkt)** Sformułuj definicję zmiennej losowej, rozkładu prawdopodobieństwa. Kiedy zmienna losowa ma rozkład ciągły?

4. **(5 pkt/40 pkt)** Podaj definicję zbieżności według prawdopobobieństwa oraz sformułuj Prawo wielkich liczb Bernoulliego.

5. **(10 pkt/40 pkt)** Nierówność Schwarza, Jensena, Czebyszewa-Bienayme oraz dowód jednej z nich.