egzamin z rachunku prawdopodobieństwa - część zadaniowa
informatyka i ekonometria
12 lutego 2013
czas trwania 90 minut

imię i nazwisko .... **nr indeksu** ....

zad	1	2	3	4	5	6	7	Σ
punkty								

1. **(5 pkt/40 pkt)** Z urny, w której jest n kul, w tym 5 białych, losujemy kolejno dwie kule bez zwracania ich do urny. Dla jakich wartości n prawdopodobieństwo, że obie kule są białe, będzie większe od $\frac{1}{3}$?

2. **(5 pkt/40 pkt)** W pudełku jest 10 białych kul i 5 czarnych. Losujemy jedną kulę, oglądamy ją i wrzucamy do pudełka wraz z pięcioma kulami tego samego koloru co wylosowana kula.
a) Oblicz prawdopodobieństwo, że za drugim razem wylosujemy kulę białą.
b) Wiedząc, że za drugim razem wylosowano kulę czarną, oblicz prawdopodobieństwo, że za pierwszym razem też wylosowano kulę czarną.

3. **(5 pkt/40 pkt)** Z odcinka o długości 1 wybrano losowo dwa punkty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ani jedna z otrzymanych w ten sposób części nie będzie krótsza od $\frac{1}{4}$?

4. **(5 pkt/40 pkt)** Zmienna losowa X przyjmuje trzy możliwe wartości $x_1 = 3, x_2 = 5$ i x_3 odpowiednio z prawdopodobieństwami $p, \frac{3}{10}, \frac{2}{10}$. Wyznacz x_3 i p, jeśli $E(X) = 5$. Oblicz wariancję zmiennej losowej X. Narysować wykres dystrybuanty tej zmiennej losowej.

5. **(5 pkt/40 pkt)** Stosując twierdzenie Moivre'a-Laplace'a obliczyć prawdopodobieństwo tego, że w 800 niezależnych próbach ilość sukcesów będzie większa niż 150, a mniejsza niż 250, jeśli prawdopodobieństwo sukcesu w każdej próbie jest równe $\frac{1}{4}$.

6. **(5 pkt/40 pkt)** Niech zmienna losowa X ma rozkład o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x \in [-1, 0) \\ a, & x \in [0, 1] \\ 0, & x \notin [-1, 1] \end{cases}$$

Wyznaczyć parametr a. Obliczyć prawdopodobieństwo, że $|X - \frac{1}{4}| < \frac{1}{2}$. Wyznaczyć wartość dystrybuanty w punkcie $\frac{1}{2}$.

7. **(10 pkt/40 pkt)** Dokończyć następujące zdania:

a) Na ile sposobów możemy rozmieścić 5 koszul w trzech szufladach?

b) Ile jest wszystkich tablic rejestracyjnych składających się z dwóch liter i pięciu cyfr?

c) Niech $P(A) = 0,3$ oraz $P(B) = 0,5$. Zdarzenia A i B są niezależne. Wtedy $P(A \cap B)$ wynosi:

d) Zmienna losowa X ma rozkład Bernoulliego z parametrami $n = 20$ oraz $p = \frac{2}{3}$. Wtedy $P(X = 7)$ wynosi:

e) Zmienna losowa X ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 2$. Wtedy $P(X = 2)$ wynosi:

f) Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem $\lambda = 1$. Wtedy jej gęstość dana jest wzorem:

g) Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $[2, 3]$. Wtedy jej dystrybuanta ma postać:

h) Zmienna losowa X ma rozkład normalny z parametrami $m = 2$, $\sigma = 3$. Wtedy $P(X > \frac{3}{2})$ wynosi:

i) Niech F oznacza dystrybuantę zmiennej losowej X. Przy pomocy dystrybuanty wyrazić $P(2 < X < 3)$:

j) Zmienna losowa X ma rozkład normalny z parametrami $m = -3$, $\sigma = 2$. Wtedy $E(X)$ oraz $E(X^2)$ wynoszą:

egzamin z rachunku prawdopodobieństwa - część teoretyczna;
informatyka i ekonometria
12 lutego 2013
czas trwania 45 minut

Imię i nazwisko ....

zad	1	2	3	4	5	Σ_1	Σ_2	Σ
punkty								

1. **(10 pkt/40 pkt)** Podaj definicję przestrzeni probabilistycznej oraz własności prawdopodobieństwa.
2. **(10 pkt/40 pkt)** Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór na prawdopodobieństwo całkowite z dowodem.
3. **(10 pkt/40 pkt)** Sformułuj definicję zmiennej losowej, rozkładu prawdopodobieństwa. Kiedy zmienna losowa ma rozkład ciągły?
4. **(5 pkt/40 pkt)** Podaj definicję zbieżności według prawdopobobieństwa oraz sformułuj Prawo wielkich liczb Bernoulliego.
5. **(5 pkt/40 pkt)** Nierówność Schwarza oraz nierówność Czebyszewa-Bienayme.