

ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa  
matematyka finansowa, II rok  
lista 11

1. Rzucamy 180 razy kostką do gry. Obliczyć prawdopodobieństwo, że otrzymamy 32 razy szóstkę.
2. Korzystając z twierdzenia Moivre'a - Laplace'a oszacować prawdopodobieństwo, że w 720 rzutach kostką ilość szóstek będzie
  - zawierać się pomiędzy 121 a 140
  - mniejsza niż 125
  - większa niż 110
3. Wykonujemy 1000 rzutów symetryczną kostką. Korzystając z twierdzenia Moivre'a - Laplace'a oszacować przedział, w jaki z prawdopodobieństwem 0,9 wpada ilość otrzymanych szóstek.
4. Wydział Matematyki pragnąłby przyjąć nie więcej niż 120 kandydatów. Zdających jest 250, a szansa zaliczenia testu wynosi 0,4. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wydział będzie miał kłopot z nadmiarem kandydatów?
5. Stosując twierdzenie Moivre'a-Laplace'a obliczyć prawdopodobieństwo tego, że w 800 niezależnych próbach ilość sukcesów będzie większa niż 150, a mniejsza niż 250, jeśli prawdopodobieństwo sukcesu w każdej próbie jest równe  $\frac{1}{4}$ .
6. Na kampusie uniwersyteckim są dwie restauracje po 120 miejsc każda. Wiadomo, że codziennie 200 osób będzie chciało zjeść obiad a wybory restauracji dokonują losowo - powiedzmy, rzucając symetryczną monetą. Jaka jest szansa, że w którejś restauracji zabraknie miejsc? Ile miejsc należy przygotować w każdej restauracji, by powyższe prawdopodobieństwo było mniejsze od 0,001?
7. Prawdopodobieństwo pojawienia się zdarzenia w jednym doświadczeniu wynosi 0,3. Z jakim prawdopodobieństwem można twierdzić, że częstość tego zdarzenia przy 100 doświadczeniach będzie zawarta w granicach od 0,2 do 0,4?
8. Rzucono 1000 razy kostką. Znaleźć prawdopodobieństwo, że suma oczek będzie zawarta między 3410 a 3590?
9. Na poczcie pojawia się 100 klientów dziennie, każdy z nich dokonuje wpłaty (bądź wypłaty)  $X_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 100$ , gdzie  $X_i$  są niezależnymi zmiennymi losowymi o tym samym rozkładzie, zerowej średniej i wariancji równej  $100^2$ . Ile gotówki należy mieć w kasie rano, by z prawdopodobieństwem 0,99 na koniec dnia nie zabrakło pieniędzy? Zakładamy, że w ciągu dnia ewentualne braki uzupełnia naczelnik, ale wieczorem chce odzyskać swoje pieniądze.
10. W Polsce jest 24,6 mln podatników i każdy z nich myli się przy wypełnianiu zeznania podatkowego. Wartość błędu dla  $i$ -tego podatnika jest zmienna losową  $X_i$ , gdzie  $E(X_i) = 0$  i  $D^2(X_i) = 10000$ , czyli  $D(X_i) = 100$  (złoty); ponadto zakładamy niezależność  $X_i$ . Jaka jest szansa, że straty państwa w wyniku tych błędów przekroczą 1 grosz na podatnika? A 3 grosze?
11. Funkcja  $p(x) = \frac{1}{3}$  dla  $x \in (-1, 0)$ ,  $p(x) = \frac{2}{3}$  dla  $x \in [0, 1)$  i  $p(x) = 0$  dla  $x \notin (-1, 1)$  jest gęstością każdej z niezależnych zmiennych losowych  $X_1, X_2, \dots$ . Niech  $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$ . Znaleźć przybliżoną wartość prawdopodobieństwa  $P(S_n < 13)$  dla  $n = 60$ .
12. Zmienne losowe  $X_1, X_2, \dots, X_{100}$  są niezależne o jednakowych rozkładzie Poissona z parametrem  $\lambda = 2$ . Obliczyć przybliżoną wartość wyrażenia
$$P(190 < \sum_{i=1}^{100} X_i < 220).$$
13. Losowy błąd pomiaru pewnej wielkości ma rozkład o wartości przeciętnej  $m = 0$  i odchyleniu standardowym 0,08. Obliczyć prawdopodobieństwo, że błąd średniej arytmetycznej 100 pomiarów nie przekroczy (co do wartości bezwzględnej) 0,1.