

matematyka w ubezpieczeniach
III rok matematyki finansowej
lista 1

1. Które zmienne losowe mogą opisywać przyszły czas życia noworodka?

- a) $X \sim N(70, 20)$;
- b) $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$;
- c) $X \sim t\text{-Student}(n)$;
- d) $X \sim U[0, 3]$
- e) $X \sim U[-10, 50]$;
- f) $X \sim U[0, 110]$;
- g) $X \sim \text{Exp}(\frac{1}{50})$.

2. Niech X będzie zmienną losową opisującą długość życia losowo wybranego noworodka, rozważmy dwa prawdopodobieństwa

$$P(25 < X < 30) \quad P(25 < X < 30 | X > 20)$$

- a) wyjaśnić jaka jest między nimi różnica;
- b) które z nich jest większe?
- c) jak można inaczej zapisać to drugie prawdopodobieństwo?

3. Niech $f(x)$ będzie gęstością zmiennej losowej X . Na wykresie funkcji gęstości zaznaczyć pole odpowiadające

- a) $P(X \leq x_2) = F(x_2)$;
- b) $P(X > x_1) = s(x_1)$;

gdzie $x_1, x_2 > 0$.

4. Czy funkcja $s(x) = e^{-\frac{x^3}{12}}$ dla $x \geq 0$ może być funkcją przeżycia?

5. Mając dane następujące wartości funkcji przeżycia dla pewnej populacji

Tabela 1:

| x | $s(x)$ |
|-----|--------|
| 20 | 0.9618 |
| 21 | 0.9608 |
| 22 | 0.9598 |
| 23 | 0.9587 |

obliczyć:

- a) prawdopodobieństwo, że 22-latek przeżyje 2 lata;
- b) prawdopodobieństwo, że 21-latek umrze w ciągu roku.

6. Niech $X \sim U[0, 100]$

- a) funkcję przeżycia;
- b) $P(X > 30)$;
- c) $P(20 < X < 45)$;
- d) $P(T(20) > 10)$;
- e) $P(10 < T(30) \leq 30)$.

7. Niech $X \sim U[0, \omega]$

- a) $E(X)$;
- b) pokazać, że $T(x)$ ma rozkład $U[0, \omega - x]$;
- c) obliczyć $Var(T(x))$.

8. Niech X będzie zmienna losową o dystrybucji danej wzorem

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad \text{dla } x > 0$$

- a) jaki rozkład ma zmienna losowa X ?
- b) pokazać, że dystrybuanta zmiennej losowej $T(x)$ jest funkcją zależną jedynie od t (a nie od x) czyli, że posiada własność braku pamięci;

oblicz:

- c) $E(T(x))$
- d) $Var(T(x))$