

Procesy stochastyczne

Matematyka finansowa, I rok, studia II stopnia

Lista nr 2

Warunkowa wartość oczekiwana

Z.1 Oblicz wartość oczekiwaną zmiennej losowej skokowej

x_i	0	1	2	3
p_i	0,1	0,2	0,5	0,2

Z.2 Oblicz wartość oczekiwaną zmiennej losowej ciągłej X o dystrybucji $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{dla } x \leq 0 \\ 1 - e^{2x}, & \text{dla } x > 0 \end{cases}$

Z.3 Oblicz $E(X|x > 1)$ dla zmiennej losowej X z poprzedniego zadania.

Z.4 Zbadaj istnienie wartości oczekiwanej w rozkładzie Cauchy'ego, zadany gęstością

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+x^2}$$

Z.5 Wyznacz warunkową wartość oczekiwaną zmiennej X pod warunkiem $Y = 2$, jeżeli rozkład dwuwymiarowej zmiennej losowej (X, Y) zadany jest tabelą

$x_i \backslash y_j$	-1	2	4	6
-2	0,1	0,05	0,02	0,12
0	0	0,05	0,1	0
2	0,15	0	0,1	0,2
3	0,05	0,1	0	a

Z.6 Niech $A \in \Omega$ będzie zdarzeniem. Udowodnij, że

$$\int_A X dP = P(A) \cdot E(X|A)$$

Z.7 Niech X będzie ilością wyrzuconych orłów w dwóch rzutach monetą. Oblicz warunkową wartość oczekiwaną zmiennej losowej X pod warunkiem A' , gdzie zdarzenie $A = (R, R)$.

Z.8 Niech X będzie ilością wyrzuconych orłów w dwóch rzutach monetą. Oblicz warunkową wartość oczekiwaną zmiennej losowej X pod warunkiem σ -ciała $\mathcal{H} = \sigma(\{(R, R)\})$.

Z.9 Niech X będzie sumą wyrzuconych oczek w dwóch rzutach kostką. Oblicz warunkową wartość oczekiwaną zmiennej losowej X pod warunkiem σ -ciała $\mathcal{H} = \sigma(A)$, gdzie A polega na tym, że suma oczek jest większa niż 8.

Z.10 Rozważmy schemat Bernoulliego z p-wem sukcesu równym p . Jaka jest oczekiwana liczba doświadczeń do momentu uzyskania:

- 1) pierwszego sukcesu,
- 2) dwóch sukcesów pod rząd,
- 3)* k sukcesów pod rząd

Z.11 Rozważmy schemat Bernoulliego z p-wem sukcesu równym p . Jaka jest oczekiwana liczba sukcesów w pierwszym doświadczeniu, jeżeli wiadomo, że w serii n doświadczeń zaszło k sukcesów?

Z.12 Obliczyć prawdopodobieństwo, że serię dwóch orłów otrzymamy dokładnie w n -tym rzucie monetą.