

**Statystyka**  
**Matematyka finansowa, II rok**  
**Lista nr 2**

*Rozkłady statystyk z próby*

1. Kontrola celna zagranicznych pasażerów przybywających na lotnisko międzynarodowe we Frankfurcie wykazała, że dziennie średnio 40 pasażerów przewozi towary niedozwolone, a odchylenie standardowe stanowi 25% poziomu średniej przy normalnym rozkładzie tej cechy. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że
- 1) w wybranym dniu
  - 2) w ciągu 16 losowo wybranych dni
- średnia liczba pasażerów przewożących towary niedozwolone:

- a) przekroczy 46,
- b) będzie zawierała się w przedziale od 36 do 45?

2. Z analizy miesięcznych wpłat dokonywanych przez ogół klientów jednego z banków warszawskich wynika, że przeciętna wpłata wynosi 500 PLN. Zakładając, że rozkład wysokości dokonywanych wpłat jest normalny, obliczyć, jakie jest prawdopodobieństwo, że średnia wpłata miesięczna dokonywana przez 26 losowo wybranych klientów:

- a) nie przekroczy 550 PLN;
- b) będzie wyższa od średniej dla ogółu klientów o więcej niż 34,16 PLN;
- c) znajdzie się w przedziale od 541,2 do 574,5 PLN.

W obliczeniach uwzględnić, że odchylenie standardowe wysokości opłat w wylosowanej próbie wyniosło 100 PLN.

3. W wyniku wieloletnich testowych badań znajomości problemów finansowych kandydatów na dyrektorów największych banków w Nowym Jorku ustalono, że średnia liczba punktów uzyskiwanych przez kandydatów w zastosowanym teście wynosiła 92. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w losowo wybranej grupie 121 kandydatów na dyrektorów, w której wartość drugiego momentu centralnego w rozkładzie liczby uzyskanych punktów wynosi 484:

- a) ogólna liczba punktów uzyskanych przez kandydatów przekroczy 10890,
- b) średnia w próbie będzie różniła się od średniej dla ogółu kandydatów o mniej niż 6 punktów?

4. Rozkład czasu przeznaczanego na oglądanie filmów telewizyjnych przez studentów pewnej uczelni jest rozkładem w przybliżeniu normalnym z odchyleniem standardowym równym 2 godz.

1. Obliczyć poziom wartości oczekiwanej w tym rozkładzie, jeśli dodatkowo wiadomo, że 15,87% ogółu studentów poświęca na oglądanie filmów poniżej 4 godz.
2. Określić prawdopodobieństwo, że różnica między średnim czasem oglądania filmów w grupie 36 losowo wybranych studentów a średnią w populacji przekroczy 0,5 godz.

5. Rozkład miesięcznych wydatków studentów I roku studiów dziennych SGH na zakup książek jest rozkładem normalnym z wartością oczekiwaną równą 20 PLN, natomiast w rozkładzie normalnym miesięcznych wydatków na książki studentów II roku średnia wynosi 15 PLN. Pobrano niezależnie próbę 10-elementową z populacji studentów I roku oraz próbę 8-elementową z populacji studentów

II roku. Odchylenie standardowe w rozkładzie wydatków na zakup książek w tych próbach wynosiło odpowiednio 5 PLN (I rok) i 4 PLN (II rok). Obliczyć prawdopodobieństwo następujących zdarzeń:

- a) średni wydatek na zakup książek w wylosowanej próbie studentów I roku będzie wyższy od średniego wydatku w próbie studentów II roku,
  - b) średni wydatek w próbie studentów I roku przekroczy o mniej niż 2 PLN średni wydatek w próbie studentów II roku.
6. Czas dojazdu do pracy pracowników SGH ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej równej 40 min i odchyleniu standardowym stanowiącym 50% poziomu wartości oczekiwanej. Rozkład czasu dojazdu do pracy pracowników SGGW-AR jest rozkładem normalnym z wartością oczekiwaną równą 40 min i odchyleniem standardowym wynoszącym 25 min.
1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że różnica między średnim czasem dojazdu do pracy w 25-elementowych próbach pobranych niezależnie z obu populacji będzie większa od 8 min?
  2. Ilu spośród 100 losowo wybranych pracowników każdej z uczelni poświęca na dojazd, średnio biorąc, więcej niż 42 min?
7. Na podstawie rejestru wartości towarów zakwestionowanych przez czeskich celników u polskich turystów przekraczających granicę w Cieszynie wiadomo, iż wartość ta jest zmienną losową o rozkładzie normalnym ze średnią równą 1000 koron czeskich.
1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w grupie 17 turystów średnia wartość zakwestionowanych towarów nie przekroczy 894 koron, jeśli dodatkowo wiadomo, że odchylenie standardowe w tej grupie wynosiło 200 koron?
  2. Jakie jest prawdopodobieństwo, że średnia przyjmie wartości z przedziału  $[894; 1087,3]$ ?
8. Zmienna losowa ma rozkład normalny. Z populacji o tym rozkładzie pobrano w sposób losowy 400-elementową próbę. Znaleźć odchylenie standardowe w rozkładzie tej zmiennej, jeśli wiadomo, że średnia z próby różni się od średniej w populacji o mniej niż 1 z prawdopodobieństwem równym 0,6826.
9. Z dwóch populacji o rozkładach z parametrami równymi odpowiednio:  $E(X_1) = 7$  i  $D(X_1) = 1$  oraz  $E(X_2) = 6$  i  $D(X_2) = 3$  pobrano niezależnie próby losowe liczące po 50 elementów. Obliczyć prawdopodobieństwo następujących zdarzeń:
- a) różnica średnich z pierwszej i drugiej próby nie przekroczy 0,5;
  - b) różnica średniej w pierwszej i drugiej próbie będzie wyższa od 1.
10. W pewnym sklepie sprzedawane są proszki do prania Vizir i Ariel. Z obserwacji utargu z poprzednich 12 miesięcy wiadomo, że dzienny utarg ze sprzedaży (w PLN) proszku Vizir ma w przybliżeniu rozkład  $N(120; 30)$ , natomiast wysokość wpływu ze sprzedaży proszku Ariel - rozkład  $N(100; 20)$ . Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w ciągu 16 losowo wybranych dni grudnia średni utarg ze sprzedaży proszku Vizir będzie co najmniej o 10 PLN wyższy niż ze sprzedaży proszku Ariel?
11. Czas przeznaczony w ciągu tygodnia na czytanie książek i czasopism przez ogół mieszkańców Polski ma rozkład normalny z odchyleniem standardowym równym 1,5 godz. Jakie jest prawdopodobieństwo, że odchylenie standardowe czasu przeznaczonego na czytanie książek i prasy przez 20 losowo wybranych osób nie przekroczy 2 godz.?

12. Waga (w g) 100-metrowych odcinków przędzy ma rozkład normalny z odchyleniem standardowym równym 2g. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wariancja wagi 10 odcinków 100-metrowych pobranych do analizy w czasie produkcji tej przędzy będzie wynosić co najmniej 2,5g?
13. Czas potrzebny do przygotowania i obrony pracy doktorskiej jest zmienną losową o rozkładzie normalnym z odchyleniem standardowym równym 2,1 roku. W ciągu 1994r. broniło doktorat 17 osób. Jakie jest prawdopodobieństwo, że odchylenie standardowe czasu potrzebnego do przygotowania i obrony pracy doktorskiej dla tej grupy doktorantów przekroczyło 2,8 roku?
14. Rozkład zarobków pracowników przemysłu wydobywczego jest rozkładem normalnym z pierwszym momentem zwykłym równym 1 tys. PLN i drugim momentem centralnym równym  $0,04$  (tys. PLN)<sup>2</sup>. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród 16 losowo wybranych pracowników odchylenie standardowe nie przekroczy 0,1 tys. PLN?
15. Z populacji o rozkładzie normalnym  $N(12, \sigma)$ , gdzie  $\sigma$  jest nieznanym (nieznane odchylenie standardowe), pobrano próbkę liczącą 10 elementów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że średnia arytmetyczna z próby jest:
  - a) większa od 11,5;
  - b) mniejsza od 12,5;
  - c) zawarta między 11,8 i 12,5?

Odchylenie standardowe w tej próbie jest równe 1,5.

16. Wiadomo, że rozkład płac pracowników fizycznych w przedsiębiorstwie A jest normalny z  $m_1 = 3,1$  mln zł i  $\sigma_1 = 0,5$  mln zł. Rozkład płac pracowników umysłowych jest normalny z  $m_2 = 2,7$  mln zł i  $\sigma_2 = 0,8$  mln zł. Przeprowadzono badanie statystyczne, w wyniku którego pobrano dwie niezależne próby: 9-elementową ze zbiorowości pracowników fizycznych i 16-elementową ze zbiorowości pracowników umysłowych. Odchylenia standardowe płac policzone na podstawie pobranych prób są równe odpowiednio 0,4 mln i 0,6 mln. Policzyć prawdopodobieństwo, że średnia płaca pracowników fizycznych przewyższa średnią płacę pracowników umysłowych.
17. Rozkład błędów pomiarów dokonywanych pewnym przyrządem ma rozkład normalny z wariancją równą  $0,1 \text{ cm}^2$ . Wykonano 50 niezależnych pomiarów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wariancja błędów policzona na podstawie próby jest:
  - a) większa od 0,1;
  - b) mniejsza od 0,15;
  - c) zawarta między 0,12 i 0,15?
18. Rzucono 100 razy monetą. Obliczyć prawdopodobieństwo, że częstość wyrzucenia orła jest:
  - a) większa od 0,48;
  - b) mniejsza od 0,52;
  - c) zawarta między 0,45 i 0,48.
19. Wadliwość obuwia produkowanego przez firmę X wynosi 10%. jeden ze sklepów sprzedał 300 par obuwia wyprodukowanego przez tę firmę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że:
  - a) więcej niż 8% klientów złoży reklamację,
  - b) mniej niż 9% klientów złoży reklamację?