

**EMF**  
**matematyka, I rok, I stopień**  
**lista 3**

*oprocentowanie składane, ciągłe; natężenie oprocentowania;  
nominalna, efektywna stopa procentowa i dyskontowa;*

Zadania z podręcznika Kellisona

1. Express  $d^{(4)}$  as a function of  $i^{(3)}$ . Express  $i^{(6)}$  as a function of  $d^{(2)}$ .
2. Find the accumulated value of \$100 at the end of two year:
  - a) if the nominal annual rate of interest is 6% convertible quarterly;
  - b) if the nominal annual rate of discount is 6% convertible monthly.
3. Given that  $i^{(m)} = 0,1844144$  and  $d^{(m)} = 0,1802608$ , find  $m$ .
4. Fund A accumulates at a simple interest rate of 10%. Fund B accumulates at a simple discount rate of 5%. Find the point in time at which the forces of interest on the two funds are equal.
5. If  $\delta_t = 0,1t$ ,  $0 \leq t \leq 2$ , find the equivalent annual effective rate of interest over the interval  $0 \leq t \leq 2$ .
6. Find the accumulated value of 1 at the end of 19 years if  $\delta_t = 0,04(1+t)^{-2}$ .
7. Find the level effective rate of interest over three-year period which is equivalent to an effective rate of discount of 8% the first year, 7% the second year, and 6% the third year.
8. The force of interest at time  $t$  is  $\frac{t^3}{100}$ . Find  $a^{-1}(3)$ .
9. In Fund X money accumulates at a force of interest

$$\delta_t = 0,01t + 0,1 \quad \text{for } 0 \leq t \leq 20.$$

In Fund Y money accumulates at an annual effective interest rate  $i$ . An amount of 1 is invested in each fund for 20 years. The value of Fund X at the end of 20 years is equal to the value of Fund Y at the end of 20 years. Calculate the value of Fund Y at the end of 1,5 year.

10. You are given  $\delta_t = \frac{2}{t-1}$  for  $2 \leq t \leq 10$ . For any one year interval between  $n$  and  $n+1$ , with  $2 \leq n \leq 9$ , calculate the equivalent  $d^{(2)}$ .

Zadania ze zbioru zadań Podgórskiej i inne

11. Kapitał w wysokości 100 zł oprocentowany w wysokości 10% w skali roku. Jaka będzie jego wartość po 5 latach przy kapitalizacji: a) rocznej, b) półrocznej, c) kwartalnej, d) miesięcznej?
12. Ile wynosi oprocentowanie efektywne dla stopy procentowej 12% przy kapitalizacji miesięcznej?
13. Przy jakiej nominalnej rocznej stopie procentowej odsetki po dwóch latach od kwoty 1000 j.p. wyniosą 800 j.p, jeśli odsetki kapitalizuje się miesięcznie?
14. Jaką kwotę należy umieścić na lokacie w Banku X, by po pół roku móc wypłacić 3000 zł, jeśli roczna nominalna stopa procentowa z kapitalizacją kwartalną wynosi w tym banku 8%?
15. Wyznaczyć przyszłą wartość kapitału 1000 zł po 4 latach w modelu kapitalizacji ciągłej, jeżeli roczna stopa wynosi 12%.
16. Jaką wartość osiągnie po 5 latach kapitał 100 j.p przy stałej rocznej stopie procentowej 10% z roczną kapitalizacją odsetek? O ile mogłaby być mniejsza stopa roczna, gdyby odsetki kapitalizowano w sposób ciągły?
17. Określić najniższą i najwyższą możliwą wartość odsetek generowanych w ciągu 2 lat przez kapitał 1400 j.p, jeśli wiadomo, że roczna nominalna stopa procentowa wynosi 8%.
18. Roczna nominalna stopa procentowa z kapitalizacją miesięczną wynosi 6%. Oblicz równoważną jej

- a) roczną efektywną stopę procentową;
  - b) nominalną roczną stopę dyskontową z kapitalizacją kwartalną;
  - c) natężenie oprocentowania;
  - d) nominalną roczną stopę procentową z kapitalizacją półroczną;
  - e) miesięczną efektywną stopę procentową.
19. Rachunek bankowy jest oprocentowany w stosunku rocznym na 12%. Za każdy pełny rok nalicza się odsetki składane a za okres krótszy od roku odsetki proste. Jaka będzie wartość kapitału 5000 zł po 3 latach i 9 miesiącach?
20. Które oprocentowanie jest korzystniejsze dla inwestora:
- a) 22% z kapitalizacją odsetek co miesiąc, czy 21% z codzienną kapitalizacją odsetek?
  - b) 20% z kapitalizacją odsetek co miesiąc, czy 21% z kapitalizacją odsetek co pół roku?
  - c) 20% z kapitalizacją odsetek co pół roku, czy 19% z ciągłą kapitalizacją odsetek?
  - d) 32% z kapitalizacją odsetek co kwartał, czy 30% z kapitalizacją odsetek co miesiąc?
21. Przedsiębiorstwo otrzymało półroczny kredyt w banku A oprocentowany stopą 30% oraz miesięczny kredyt w banku B oprocentowany stopą 5%. Czy warunki oferowane przez te banki są równoważne?
22. Oblicz przyszłą wartość kapitału dla kwoty  $P = 1000$  zł ulokowanej na 10 lat przy nominalnej stopie procentowej 12% przyjmując 4 warianty częstotliwości oprocentowania składanego w ciągu roku: roczną, półroczną, kwartalną i miesięczną. Jako piaty wariant rozpatrz dla porównania przypadek graniczny ciągłej kapitalizacji odsetek. Oblicz efektywne stopy procentowe i porównaj warianty oprocentowania. Zobrazuj proces narastania kapitału przy wzrastającej częstotliwości oprocentowania składanego.
23. Przez kolejne 3 lata roczna stopa procentowa przyjmowała wartości 6%, 8%, 7%. Wyznacz przeciętną roczną stopę procentową, jeśli bank stosował kapitalizację roczną. Wyznaczyć przyszłą wartość kapitału 800 zł po upływie roku, jeśli w I półroczu nominalna stopa procentowa wynosiła 9%, w II półroczu została zmniejszona do 7%. Jaka była efektywna stopa procentowa w ciągu tego roku.
24. Przy jakiej stopie procentowej kapitał podwoi się w ciągu 5 lat, jeśli odsetki kapitalizuje się rocznie? Porównaj wynik dokładny i otrzymany zgodnie z "regułą 70".