

ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa
matematyka finansowa, II rok
lista 3

1. Rzucamy symetryczną monetą do chwili wyrzucenia orła. Skonstruować zbiór zdarzeń elementarnych i określić odpowiednie prawdopodobieństwa. Jaka jest szansa, że liczba rzutów będzie parzysta? podzielna przez 3? podzielna przez m ?
2. Ile liczb należy wylosować ze zbioru $\{0, 1, \dots, 9\}$, aby prawdopodobieństwo wystąpienia wśród nich liczby 7 był nie mniejsze niż 0,9? Uwzględnić schemat losowania ze zwracaniem i bez zwracania.
3. Ze zbioru liczb od 1 do 10 wybieramy kolejno dwie (bez zwracania) i od pierwszej odejmujemy drugą. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ich różnica będzie większa od 2.
4. Obliczyć prawdopodobieństwo, że dwa losowo wybrane wierzchołki sześciianu jednostkowego będą odległe o więcej niż 1.
5. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana z odcinka $[-\pi, \pi]$ liczba x należy do dziedziny funkcji
 - $f(x) = \frac{\ln(1-2\cos x)}{\sqrt{\sin^2 x - \frac{1}{2}}}$;
 - $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{3-x}\right)$;
6. Monetę o promieniu r rzuca się na parkiet utworzony z przystających kwadratów o boku $2a$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że moneta przykryje przynajmniej dwa kwadraty, jeśli $r < a$.
7. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że pierwiastki równania

$$x^2 + 2bx + c = 0$$

są rzeczywiste, jeśli liczby b i c zostały wybrane losowo z przedziału $[0, 1]$?

8. Z kwadratu jednostkowego wybrano losowo punkt o współrzędnych (x, y) . Wyznaczyć funkcje:
 - a) $f(a) = P(\min(x, \frac{1}{2}) < a)$,
 - b) $g(a) = P(\max(x, \frac{1}{3}) < a)$,
 - c) $h(a) = P(\min(x, y) < a)$.
9. Z odcinka o długości 1 wybrano losowo dwa punkty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ani jedna z otrzymanych w ten sposób części nie będzie krótsza od a , gdzie $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$?
10. Odcinek długości l dzielimy losowo na trzy części. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że z uzyskanych odcinków można zbudować trójkąt?
11. Na odcinku AB o długości jednostkowej umieszczono losowo dwa punkty L i M . Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że z L jest bliżej do M niż do A .
12. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma dwóch na chybił trafił wybranych liczb dodatnich, z których każda jest nie większa od jedności, jest nie większa od jedności, a ich iloczyn jest nie większy od $\frac{2}{9}$?
13. Z koła o promieniu R wybieramy losowo jeden punkt. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że odległość tego punktu od ustalonej średnicy koła jest większa od a , $0 < a < R$.
14. Dwóch przyjaciół umówiło się na spotkanie pomiędzy godziną 10 a 11. Przychodzą na umówione spotkanie niezależnie od siebie i każdy z nich zobowiązał się czekać 15 minut. Jeśli w tym czasie przyjaciel się nie pojawi, to oczekujący odchodzi. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że się spotkają?

zadania do samodzielnego rozwiązania:

1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że sześciian losowo wybranej liczby spośród liczb od 0 do 999 kończy się na 11?
2. Ze zbioru X , gdzie $X = \{1, \dots, n\}$, ($n \geq 2$), losujemy kolejno dwie liczby. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że pierwsza z wylosowanych liczb jest większa od drugiej.

3. W dany kwadrat o boku $2a$ wpisujemy koło, a następnie w koło kolejny kwadrat. Wybieramy losowo punkt z większego kwadratu. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wybrany punkt należy do kwadratu mniejszego.
4. Na płaszczyznę poliniowaną prostymi równoległymi w odległości l rzucamy losowo monetę o promieniu R , $2R < l$. Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że moneta nie dotknie żadnej z prostych.
5. Na odcinku o długości jednostkowej wybrano losowo dwa punkty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że odległości pomiędzy nimi jest nie mniejsza od x , gdzie $0 \leq x \leq 1$?