

**ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa
ii rok informatyki i ekonometrii
lista 3**

1. Udowodnić, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia aksjomaty prawdopodobieństwa.
2. Rzucamy dwie kości do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma oczek będzie
 - a) równa 7, jeśli wiadomo, że różnica ich jest równa 3,
 - b) nie mniejsza od 7, jeśli wiadomo, że różnica ich jest równa 3,
 - c) nie mniejsza od 7, jeśli wiadomo, że różnica ich jest mniejsza od 3.
3. Rzucamy trzema kostkami. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na żadnej kostce nie wypadła szóstka, jeśli na każdej kostce wypadła inna liczba oczek?
4. Z talii 8 kart - czterech króli i czterech asów - wybieramy losowo dwie karty. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że wybrano 2 asy, jeśli wiemy, że:
 - a) wybrano co najmniej jednego asa,
 - b) wśród wybranych kart jest czerwony as,
 - c) wśród wybranych kart jest as trefl.
5. Oblicz $P(A|B)$, gdy $P(A') = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{1}{6}$ oraz $P(B|A) = \frac{1}{2}$.
6. Podać przykład zdarzeń A i B , dla których
 - a) $P(A) < P(A|B)$;
 - b) $P(A) = P(A|B)$;
 - c) $P(A) > P(A|B)$.
7. Wybieramy losowo jeden ze zbiorów $A = \{1, 2, \dots, 62\}$ lub $B = \{1, 2, \dots, 124\}$. Z wybranego zbioru losujemy liczbę x . Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że liczba $x^2 + 1$ jest podzielna przez 10.
8. Urna zawiera n kul białych i m kul czarnych. Losujemy jedną kulę, a następnie wrzucamy ją ponownie do urny dorzucając dodatkowo k kul białych, jeśli była to kula biała lub k kul czarnych, jeśli była czarna. Obliczyć prawdopodobieństwo wyciągnięcia kuli białej z tak uzupełnionej urny.
9. Mamy 5 urn typu A i 7 urn typu B. W każdej z urn typu A jest po 7 kul białych, 3 czarnych i 5 niebieskich, a w każdej z urn typu B: 4 białe, 4 czarne i 7 niebieskich. Z losowo wybranej urny wzięto dwie kule.
 - a) Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania kul różnokolorowych.
 - b) Wylosowano kule jednakowego koloru. Oblicz prawdopodobieństwo, że pochodziły z urny typu A.
10. W pewnej fabryce maszyny typu A, B, C dają odpowiednio 25 %, 35 % i 40 % produkcji danego wyrobu. Maszyny te produkują odpowiednio 5 %, 4 % i 2 % braków.
 - a) Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowano towar dobry.
 - b) Wylosowano towar dobry. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi on z maszyny B?
11. Pewna choroba występuje w 0,2% ogółu ludności. Przygotowano test do jej wykrycia. Test daje wynik pozytywny u 97% chorych i 1% zdrowych. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana osoba jest chora, jeśli test tej osoby dał wynik pozytywny.

zadania do samodzielnego rozwiązania:

1. Rzucamy dwiema kostkami. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przynajmniej na jednej kostce wypadła szóstka, jeśli wiadomo, że suma otrzymanych oczek wynosi co najmniej 9?
2. Dane są dwie urny A i B . Urna A zawiera 17 kul białych, 3 czarne i 4 niebieskie, zaś urna B 10 białych, 5 czarnych i 15 niebieskich. Rzucamy kostką do gry, a następnie losujemy dwie kule z urny z godnie z następującą regułą: *Jeśli w pierwszym rzucie wypadły jedno lub dwa oczka losujemy z urny A , a jeśli 3, 4, 5 to z urny B . Natomiast gdy wypadło sześć oczek, to rzucamy ponownie i dokonujemy losowania urny zgodnie z regułą podaną dla pierwszego rzutu kostką z tym, że w przypadku wyrzucenia 6 losujemy również z urny B .* Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul różnych kolorów.