

ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa
matematyka finansowa, II rok
lista 4

1. Udowodnić, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia aksjomaty prawdopodobieństwa.
2. Rzucamy trzema kostkami. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na żadnej kostce nie wypadła szóstka, jeśli na każdej kostce wypadła inna liczba oczek?
3. Z talii 8 kart - czterech króli i czterech asów - wybieramy losowo dwie karty. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że wybrano 2 asy, jeśli wiemy, że:
 - a) wybrano co najmniej jednego asa,
 - b) wśród wybranych kart jest czerwony as,
 - c) wśród wybranych kart jest as trefl.
4. Udowodnić, że jeśli B_1, \dots, B_n są zdarzeniami rozłącznymi, $P(B_i \cap C) > 0$ dla każdego $i = 1, 2, \dots, n$ oraz $A \cap C \subset \bigcup_{k=1}^n B_k$, to
$$P(A|C) = \sum_{k=1}^n P(A|B_k \cap C)P(B_k|C).$$
5. Podać przykład zdarzeń A i B , dla których
 - a) $P(A) < P(A|B)$;
 - b) $P(A) = P(A|B)$;
 - c) $P(A) > P(A|B)$.
6. Wybieramy losowo jeden ze zbiorów $A = \{1, 2, \dots, 62\}$ lub $B = \{1, 2, \dots, 124\}$. Z wybranego zbioru losujemy liczbę x . Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że liczba $x^2 + 1$ jest podzielna przez 10.
7. Urna zawiera n kul białych i m kul czarnych. Losujemy jedną kulę, a następnie wrzucamy ją ponownie do urny dorzucając dodatkowo k kul białych, jeśli była to kula biała lub k kul czarnych, jeśli była czarna. Obliczyć prawdopodobieństwo wyciągnięcia kuli białej z tak uzupełnionej urny.
8. Mamy 5 urn typu A i 7 urn typu B. W każdej z urn typu A jest po 7 kul białych, 3 czarnych i 5 niebieskich, a w każdej z urn typu B: 4 białe, 4 czarne i 7 niebieskich. Z losowo wybranej urny wzięto dwie kule.
 - a) Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania kul różnokolorowych.
 - b) Wylosowano kule jednakowego koloru. Oblicz prawdopodobieństwo, że pochodziły z urny typu A.
9. W pewnej fabryce maszyny typu A, B, C dają odpowiednio 25 %, 35 % i 40 % produkcji danego wyrobu. Maszyny te produkują odpowiednio 5 %, 4 % i 2 % braków.
 - a) Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowano towar dobry.
 - b) Wylosowano towar dobry. Obliczyć prawdopodobieństwo, że pochodzi on z maszyny B?
10. Pewna choroba występuje w 0,2% ogółu ludności. Przygotowano test do jej wykrycia. Test daje wynik pozytywny u 97% chorych i 1% zdrowych. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana osoba jest chora, jeśli test tej osoby dał wynik pozytywny.

zadania do samodzielnego rozwiązania:

1. Rzucamy dwiema kostkami. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przynajmniej na jednej kostce wypadła szóstka, jeśli wiadomo, że suma otrzymanych oczek wynosi co najmniej 9?
2. Dane są dwie urny A i B . Urna A zawiera 17 kul białych, 3 czarne i 4 niebieskie, zaś urna B 10 białych, 5 czarnych i 15 niebieskich. Rzucamy kostką do gry, a następnie losujemy dwie kule z urny z godnie z następującą regułą: *Jeśli w pierwszym rzucie wypadły jedno lub dwa oczka losujemy z urny A, a jeśli 3, 4, 5 to z urny B. Natomiast gdy wypadło sześć oczek, to rzucamy ponownie i dokonujemy losowania urny zgodnie z regułą podaną dla pierwszego rzutu kostką z tym, że w przypadku wyrzucenia 6 losujemy również z urny B.* Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul różnych kolorów.