

Matematyka Finansowa
informatyka i ekonometria, II rok, I stopień
lista 6
zadania

1. Znaleźć wartość początkową i końcową renty, jeśli raty w stałej wysokości 500 zł płacone są na koniec każdego półrocza przez 20 lat, przy rocznej nominalnej stopie procentowej z kapitalizacją półroczną w wysokości 9%.
2. Pewna osoba wpłaciła na konto 100 000 zł przy rocznej nominalnej stopie procentowej z kapitalizacją kwartalną w wysokości 8%. Jaka powinna być wysokość stałych wypłat z konta na koniec każdego kwartału, aby wyczerpać fundusz dokładnie na koniec 10 roku od momentu wpłaty?
3. Pewna osoba chciałaby w ciągu 12 lat zgromadzić kwotę 100 000 jp. W tym celu zamierza przez 11 lat na koniec każdego roku wpłacać na konto pewną stałą kwotę. Ile powinna wynosić ta kwota jeżeli założymy roczną efektywną stopę procentową na poziomie 7%.
4. Począwszy od dnia 1 stycznia 2015 pani Kinga ma zamiar wpłacać na swój rachunek co roku kwotę 2000 zł. Rachunek ten jest oprocentowany według efektywnej stopy 5%. O ile wzrośnie między 1 stycznia 2019 r. a 1 stycznia 2024 r. suma zgromadzona na rachunku?
5. Obliczyć liczbę rat renty o wartości początkowej 1000 jp, jeśli stopa procentowa (renty) wynosi 5%, a raty płatne są
 - a) z dołu,
 - b) z góry,i równe 180 jp. Jeśli będzie to potrzebne przeprowadzić korektę ostatniej raty.
6. A family wishes to accumulate \$50000 in a college education fund at the end of 20 years. If they deposit \$1000 in the fund at the end of each of the first 10 years and \$1000 + X in the fund at the end of each of the second 10 years, find X to the nearest dollar if the fund earns 7% effective.
7. Oblicz $\ddot{a}_{\overline{8}|}$, jeśli
 - a) roczna efektywna stopa dyskontowa wynosi 5%;
 - b) natężenie oprocentowania wynosi 6%.
8. Jaka jest różnica między wartościami początkowymi dwóch rent o 12 ratach w wysokości 100 zł przy okresowej stopie procentowej 9%, jeśli jedna z nich jest płatna z góry, a druga z dołu? Przy jakiej stopie procentowej ta różnica byłaby równa 80% wysokości raty?
9. Jaką kwotę należałoby wygrać w totolotka, by móc na początku każdego roku dysponować kwotą 50000 zł? Załóżmy roczną efektywną stopę procentową na poziomie 5%.
10. Z tytułu ubezpieczenia A będzie otrzymywał przez
 - a) 20 lat
 - b) 40 lat
 - c) wieszciemiesięczne płatności w wysokości 500 zł. Miesięczna efektywna stopa procentowa wynosi 0,5%. Obliczyć jaką kwotę powinna dziś zgromadzić na ten cel firma ubezpieczeniowa.
11. Z funduszu 1000 jp aż do jego wyczerpania ma być na koniec każdego roku wypłacane 100 jp. Fundusz jest oprocentowany wg. efektywnej rocznej stopy procentowej 5%. Znaleźć liczbę regularnych płatności oraz wysokość ostatniej nierównej płatności, jeśli ta płatność

- a) zostanie połączona z ostatnią regularną płatnością;
 - b) nastąpi rok później niż ostatnia regularna płatność.
12. Znaleźć wartość końcową 10-letniej renty, jeżeli płatności w wysokości 100 zł były płacone na koniec roku i przez pierwszych 6 lat obowiązywała efektywna stopa procentowa 5%, a przez ostatnie 4 lata obowiązywała stopa procentowa w wysokości 4%.

zadania do samodzielnego rozwiązania

1. Znaleźć wartość końcową renty, jeśli raty w stałej wysokości 300 zł płacone są na koniec każdego miesiąca przez 5 lat, przy rocznej nominalnej stopie procentowej z kapitalizacją miesięczną w wysokości 12%.
2. Czy roczna stopa procentowa renty płaconej z dołu przez 10 lat jest mniejsza, czy większa od 20%, jeśli roczne raty są stałe i wynoszą 100 jp oraz wiemy, że:
 - a) wartość końcowa renty wynosi 2500 jp;
 - b) wartość początkowa renty wynosi 400 jp.
3. Niech $a_{\overline{n}|} = x$ oraz $a_{\overline{2n}|} = y$. Wyrazić d jako funkcję x oraz y .
4.
 - a) Pokazać, że $a_{\overline{m+n}|} = a_{\overline{m}|} + v^m a_{\overline{n}|} = v^n a_{\overline{m}|} + a_{\overline{n}|}$.
 - b) Pokazać, że $s_{\overline{m+n}|} = s_{\overline{m}|} + (1+i)^m s_{\overline{n}|} = (1+i)^n s_{\overline{m}|} + s_{\overline{n}|}$.
5.
 - a) Pokazać, że $a_{\overline{m-n}|} = a_{\overline{m}|} - v^m s_{\overline{n}|} = (1+i)^n a_{\overline{m}|} - s_{\overline{n}|}$, $m > n$.
 - b) Pokazać, że $s_{\overline{m-n}|} = s_{\overline{m}|} - (1+i)^m a_{\overline{n}|} = v^n s_{\overline{m}|} - a_{\overline{n}|}$, $m > n$.
6. Mając dane:

$$a_{\overline{7}|} = 5,153 \quad a_{\overline{11}|} = 7,036 \quad a_{\overline{18}|} = 9,180$$

oblicz i .

7.
 - a) Pokazać, że $\ddot{a}_{\overline{n}|} = a_{\overline{n}|} + 1 - v^n$;
 - b) Pokazać, że $\ddot{s}_{\overline{n}|} = s_{\overline{n}|} - 1 + (1+i)^n$;
8. Uprość wyrażenie $a_{\overline{15}|}(1 + v^{15} + v^{30})$ do jednego symbolu.