Matematyka Finansowa
informatyka i ekonometria, II rok, I stopień
lista 6
zadania

1. Znaleźć wartość początkową i końcową renty, jeśli raty w stałej wysokości 500 zł płacone są na koniec każdego półrocza przez 20 lat, przy rocznej nominalnej stopie procentowej z kapitalizacją półroczną w wysokości 9%.

2. Pewna osoba wpłaciła na konto 100 000 zł przy rocznej nominalnej stopie procentowej z kapitalizacją kwartalną w wysokości 8%. Jaka powinna być wysokość stałych wypłat z konta na koniec każdego kwartału, aby wyczerpać fundusz dokładnie na koniec 10 roku od momentu wpłaty?

3. Pewna osoba chciałaby w ciągu 12 lat zgromadzić kwotę 100 000 jp. W tym celu zamierza przez 11 lat na koniec każdego roku wpłacać na konto pewną stałą kwotę. Ile powinna wynosić ta kwota jeżeli założymy roczną efektywną stopę procentową na poziomie 7%.

4. Począwszy od dnia 1 stycznia 2015 pani Kinga ma zamiar wpłacać na swój rachunek co roku kwotę 2000 zł. Rachunek ten jest oprocentowany według efektywnej stopy 5%. O ile wzrośnie między 1 stycznia 2019 r. a 1 stycznia 2024 r. suma zgromadzona na rachunku?

5. Obliczyć liczbę rat renty o wartości początkowej 1000 jp, jeśli stopa procentowa (renty) wynosi 5%, a raty płatne są

   a) z dołu,

   b) z góry,

   i równe 180 jp. Jeśli będzie to potrzebne przeprowadzić korektę ostatniej raty.

6. A family wishes to accumulate \$50000 in a college education fund at the end of 20 years. If they deposit \$1000 in the fund at the end of each of the first 10 years and \$1000 + X in the fund at the end of each of the second 10 years, find X to the nearest dollar if the fund earns 7% effective.

7. Oblicz $\ddot{a}_{\overline{8}|}$, jeśli

   a) roczna efektywna stopa dyskontowa wynosi 5%;

   b) natężenie oprocentowania wynosi 6%.

8. Jaka jest różnica między wartościami początkowymi dwóch rent o 12 ratach w wysokości 100 zł przy okresowej stopie procentowej 9%, jeśli jedna z nich jest płatna z góry, a druga z dołu? Przy jakiej stopie procentowej ta różnica byłaby równa 80% wysokości raty?

9. Jaką kwotę należałoby wygrać w totolotka, by móc na początku każdego roku dysponować kwotą 50000 zł? Załóżmy roczną efektywną stopę procentową na poziomie 5%.

10. Z tytułu ubezpieczenia A będzie otrzymywał przez

    a) 20 lat

    b) 40 lat

    c) wieczyście

    miesięczne płatności w wysokości 500 zł. Miesięczna efektywna stopa procentowa wynosi 0,5%. Obliczyć jaką kwotę powinna dziś zgromadzić na ten cel firma ubezpieczeniowa.

11. Z funduszu 1000 jp aż do jego wyczerpania ma być na koniec każdego roku wypłacane 100 jp. Fundusz jest oprocentowany wg. efektywnej rocznej stopy procentowej 5%. Znaleźć liczbę regularnych płatności oraz wysokość ostatniej nierównej płatności, jeśli ta płatność

a) zostanie połączona z ostatnią regularną płatnością;

b) nastąpi rok później niż ostatnia regularna płatność.

12. Znaleźć wartość końcową 10-letniej renty, jeżeli płatności w wysokości 100 zł były płacone na koniec roku i przez pierwszych 6 lat obowiązywała efektywna stopa procentowa 5%, a przez ostatnie 4 lata obowiązywała stopa procentowa w wysokości 4%.

zadania do samodzielnego rozwiązania

1. Znaleźć wartość końcową renty, jeśli raty w stałej wysokości 300 zł płacone są na koniec każdego miesiąca przez 5 lat, przy rocznej nominalnej stopie procentowej z kapitalizacją miesięczną w wysokości 12%.

2. Czy roczna stopa procentowa renty płaconej z dołu przez 10 lat jest mniejsza, czy większa od 20%, jeśli roczne raty są stałe i wynoszą 100 jp oraz wiemy, że:

   a) wartość końcowa renty wynosi 2500 jp;

   b) wartość początkowa renty wynosi 400 jp.

3. Niech $a_n = x$ oraz $a_{2n} = y$. Wyrazić d jako funkcję x oraz y.

4. a) Pokazać, że $a_{m+n} = a_m + v^m a_n = v^n a_m + a_n$.

   b) Pokazać, że $s_{m+n} = s_m + (1+i)^m s_n = (1+i)^n s_m + s_n$.

5. a) Pokazać, że $a_{m-n} = a_m - v^m s_n = (1+i)^n a_m - s_n, \quad m > n$.

   b) Pokazać, że $s_{m-n} = s_m - (1+i)^m a_n = v^n s_m - a_n, \quad m > n$.

6. Mając dane:

$$a_7 = 5,153 \quad a_{11} = 7,036 \quad a_{18} = 9,180$$

   oblicz i.

7. a) Pokazać, że $\ddot{a}_n = a_n + 1 - v^n$;

   b) Pokazać, że $\ddot{s}_n = s_n - 1 + (1+i)^n$;

8. Uprość wyrażenie $a_{15}(1 + v^{15} + v^{30})$ do jednego symbolu.