

Statystyka

Matematyka finansowa, II rok

Lista nr 7

Weryfikacja hipotez statystycznych, cz.2
Testy nieparametryczne

1. Poniższe zestawienie zawiera informację o łącznej liczbie punktów uzyskanych przez studentów studiów dziennych SGH z czterech kolejnych prac kontrolnych ze statystyki:

Liczba punktów	poniżej 65	65-70	71-75	76-80	81-85	85 i więcej
Liczba studentów	10	20	40	50	40	40

- a) Korzystając z testu λ -Kolmogorowa zweryfikować hipotezę, że powyższy rozkład jest zgodny z rozkładem normalnym o wartości oczekiwanej i odchyleniu standardowym równym odpowiednio 78 oraz 9 punktów.
- b) Do jakiego przedziału liczbowego powinny należeć wartości statystyki λ , aby przy poziomie istotności równym 0,01 nie było podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej?
2. Ewidencja liczby awarii urządzeń technicznych w zakładzie produkcyjnym w ciągu kolejnych 100 dni roboczych dostarczyła następujących informacji:

Liczba awarii	Liczba dni
0	20
poniżej 2	65
poniżej 3	95
poniżej 4	100

Czy zakładając prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju na poziomie 0,05, można uznać powyższy rozkład za zgodny z rozkładem Poissona?

3. Zakłada się, że rozkład wagi noworodków (w kg) jest rozkładem normalnym o wartości średniej równej 3,5 kg oraz odchyleniu standardowym 0,5 kg. Na podstawie losowej próby 200 noworodków ustalono, co następuje:

Numer przedziału	1	2	3	4	5	6	7	Ogółem
Liczebności teoretyczne	10	15	50	20	18	200

- a) Obliczyć i zinterpretować liczebności teoretyczne w czwartym i piątym przedziale, wiedząc, że $x_{04} = 3,0$ oraz $x_{14} = 3,5$.
- b) Z jakiego przedziału liczbowego pochodzi obliczona wartość statystyki chi-kwadrat, jeśli przy poziomie istotności równym 0,1 hipotezę zerową należało odrzucić?
4. Badanie 200 losowo wybranych czteroosobowych gospodarstw domowych pod względem miesięcznych wydatków na kulturę dostarczyło następujących danych: $\bar{X}=30$ PLN, $s=6,5$ PLN: pozostałe dane zaprezentowano w następującym zestawieniu:

Miesięczne wydatki	15-21	21-27	27-33	33-39	39-45
Liczba gospodarstw	20	45	70	50	15
$\frac{(n_i - \tilde{n}_i)^2}{\tilde{n}_i}$	0,610	0,164	0,011	0,101	...

Obliczając brakujące dane, na poziomie istotności 0,05 zweryfikować hipotezę, że wydatki na kulturę w czteroosobowych gospodarstwach domowych mają rozkład normalny.

5. Strukturę 60 losowo wybranych pracowników SGH według liczby posiadanych dzieci przedstawia poniższe zestawienie:

Liczba dzieci	0	1	2	3	4	5
Liczba pracowników	10	19	14	9	6	2
Teoretyczna liczba pracowników	...	18	16	10	4	...

- a) Obliczyć brakujące liczby.
 b) Na poziomie istotności 0,10 zweryfikować hipotezę, że powyższy rozkład pochodzi z populacji o rozkładzie Poissona.
6. Postawiono hipotezę H , że czas czekania na kolejnego klienta w pewnym systemie obsługi ma rozkład jednostajny na przedziale $(0,1)$. W celu sprawdzenia hipotezy wykonano 50 pomiarów odstępu czasu między chwilami przybycia kolejnych klientów. Otrzymano następujące wyniki:

Czas	$(0,0.2)$	$[0.2,0.4)$	$[0.4,0.6)$	$[0.6,0.8)$	$[0.8,1)$
Liczba klientów	20	15	9	5	1

Zweryfikować hipotezę H na poziomie istotności $\alpha = 0,01$.

7. Niech X będzie liczba klientów, którzy zgłoszą się do pewnego systemu obsługi w ciągu godziny. Postawiono hipotezę H , że zmienna X ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 1$. Aby zweryfikować tę hipotezę, liczono ilu klientów pojawiło się w systemie w każdej ze stu godzin i otrzymano następujące wyniki:

Liczba klientów	0	1	2	3	4 i więcej
Liczba godzin	39	30	19	10	2

Testem chi-kwadrat zweryfikować hipotezę H na poziomie istotności $\alpha = 0,005$.

8. Testem Kołmogorowa zweryfikować na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ hipotezę H , że dzienne wpływy ze sprzedaży pewnego produktu mają rozkład normalny ze średnią $m=12500$ zł i wariancją $\sigma^2=20000$ zł², jeśli po obliczeniu wartości statystyki D_n Kołmogorowa z $n=576$ dni otrzymano liczbę 0,24.
9. Badanie jakości wody w losowo wybranych studniach położonych na terenie poszczególnych województw w latach 1980 i 1992 dostarczyło danych zawartych w poniższej tablicy:

Odsetek studni o złej jakości wody	Liczba województw	
	1980	1992
poniżej 30	3	2
poniżej 50	13	15
poniżej 70	29	34
poniżej 90	42	45
poniżej 100	49	49

Korzystając z testu Kołmogorowa-Smirnowa, zweryfikować hipotezę o identyczności rozkładu województw według jakości wody w studniach w obu zbadanych latach. Przyjąć $\alpha = 0,01$.

10. W pewnej fabryce zbadano liczbę drobnych wypadków przy pracy ustalając, w czasie której godziny pracy miał miejsce wypadek. Poniższy szereg podaje statystykę wypadków prowadzoną w ciągu 1 roku:

Kolejna godzina pracy	1	2	3	4	5	6	7	8
Liczba wypadków	18	10	12	14	15	20	20	11

Na poziomie istotności 0,05 zweryfikować hipotezę, że rozkład liczby wypadków jest rozkładem dwumianowym z parametrem $p = \frac{1}{8}$.

11. Kandydatów na kierowców poddano badaniom sprawdzającym refleks. Każdy z kandydatów miał wykonać określone czynności na czterech typach aparatów. W wyniku przebadania 100 losowo wybranych osób otrzymano następujący rozkład liczby wykonanych zadań:

Liczba wykonanych zadań	0	1	2	3	4
Liczba robotników	5	12	23	40	20

Na poziomie istotności 0,01 sprawdź hipotezę, że ten rozkład jest zbliżony do rozkładu Bernoulliego.