

ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa
matematyka finansowa, II rok
lista 8

1. Niech zmienna losowa X ma rozkład równomierny na zbiorze $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = X^2 - 1$.
2. Niech zmienna losowa X ma rozkład równomierny na zbiorze $\{-50, -49, \dots, 49, 50\}$. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = |X|$.
3. Niech zmienna losowa X posiada rozkład równomierny na odcinku (a, b) . Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = AX + B, A, B \in R, A \neq 0$.
4. X jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $[0,1]$. Znaleźć dystrybuantę i gęstość następujących zmiennych losowych
 - $Y = aX + b$ gdzie $a, b \in R \wedge a \neq 0$;
 - $Y = 2X^2 - 1$;
 - $Y = -\ln(1 - X)$;
5. X ma rozkład wykładniczy ze współczynnikiem $\lambda > 0$. Znaleźć gęstość rozkładu:
 - $Y = X^3$;
 - $Y = 5X - 1$;
 - $Y = 3X + 2$;
6. X ma rozkład normalny $N(0, 1)$. Jaki rozkład ma zmienna $Y = aX + b$ gdzie $a, b \in R, a > 0$?
7. Niech F będzie dystrybuantą ciągłej zmiennej losowej X . Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = F(X)$, przy założeniu, że istnieje funkcja odwrotna do $y = F(x)$.
8. Dana jest zmienna losowa $X \in N(0, 1)$. Określamy zmienną losową $Y = X^2$. Wyznaczyć gęstość zmiennej losowej Y .
9. X jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $[0,5]$. Znaleźć dystrybuantę i gęstość zmiennej losowej $Y = \max(X, 2)$.
10. Zmienna losowa X ma rozkład geometryczny z parametrem p . Jaki rozkład ma zmienna losowa $Y = (-1)^X$?
11. X ma rozkład wykładniczy ze współczynnikiem $\lambda > 0$. Znaleźć gęstość rozkładu:
 - $Y = \{X\}$, gdzie $\{X\} = X - [X]$ oznacza część ułamkową;
 - $Y(\omega) = k^2$, gdy $k \leq X(\omega) < k + 1, k = 0, 1, 2, \dots$;
12. Mówimy, że zmienna losowa X ma rozkład symetryczny, jeśli zmienna $-X$ posiada ten sam rozkład. Wyrazić własność symetryczności ciągłej zmiennej losowej za pomocą jej dystrybuanty oraz gęstości.

zadania do samodzielnego rozwiązania:

1. X jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $[0,1]$. Znaleźć dystrybuantę i gęstość następujących zmiennych losowych
 - $Y = -\ln X$;
 - $Y = X^k, k \in N$;
2. X jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $[0,1]$. Znaleźć dystrybuantę i gęstość zmiennej losowej $Y = \min\{X, 1 - X\}$.
3. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $[0, 3]$. Znaleźć rozkłady zmiennych losowych $Y = \min(X, X^2), Z = \max(2, X)$. Czy są to rozkłady ciągłe?
4. X ma rozkład $N(0, 1)$. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = e^X$.
5. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $[0, 2]$. Niech $Z = X^2 - 1$. Wyznaczyć rozkład Z . Czy jest to rozkład ciągły? Znaleźć takie t_0 , że $P(Z < t_0) = \frac{1}{10}$.
6. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $[-1, 2]$. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = |X|$.