

**ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa
ii rok informatyki i ekonometrii
lista 9**

1. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej X o rozkładzie:
 - a) dwupunktowym na zbiorze $\{a, b\}$;
 - b) równomiernym na zbiorze $\{1, 2, \dots, 6\}$;
 - c) Bernoulliego (dwumianowym) z parametrami n, p ;
 - d) Poissona z parametrem λ ;
 - e) geometrycznym z parametrem p
2. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej X o rozkładzie:
 - a) jednostajny na odcinku $[a, b]$;
 - b) wykładniczy z parametrem λ ;
 - c) normalny z parametrami: m, σ ;
 - d) Cauchy'ego;
 - e) gamma z parametrami a, b .
3. Udowodnić podane na wykładzie własności wariancji.
4. Udowodnić $E(X) = 0 \Rightarrow E(|X|) \leq \frac{1}{2}(1 + D^2(X))$.
5. Obliczyć k -ty moment zmiennej losowej o rozkładzie wykładniczym.
6. Obliczyć k -ty moment zmiennej losowej o rozkładzie normalnym z parametrami $m = 0, \sigma$.
7. Niech X będzie zmienną nieujemną. Udowodnić, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} P(\{X \geq n\}) \leq E(X) \leq 1 + \sum_{n=1}^{\infty} P(\{X \geq n\}).$$

8. Podać przykład zmiennej losowej X takiej, że $E(|X|) > E(|X|^2)$.
9. Znajdź kwantyl rzędu $p = \frac{1}{3}$, gdy X jest zmienną losową o rozkładzie:
 - a) wykładniczym z parametrem $\lambda = 2$;
 - b) jednostajnym na odcinku $[0, 3]$;
 - c) równomiernym na zbiorze $\{1, 2, \dots, 6\}$;
 - d) normalnym z parametrami $m = 1, \sigma = 3$.
10. Znajdź medianę, gdy X jest zmienną losową o rozkładzie:
 - a) wykładniczym z parametrem $\lambda = 2$;
 - b) jednostajnym na odcinku $[0, 3]$;
 - c) równomiernym na zbiorze $\{1, 2, \dots, 6\}$.
11. Wyznacz odchylenie ćwiartkowe, gdy X jest zmienną losową o rozkładzie:
 - a) wykładniczym z parametrem $\lambda = 2$;
 - b) jednostajnym na odcinku $[0, 3]$;
 - c) równomiernym na zbiorze $\{1, 2, \dots, 6\}$;
 - d) normalnym z parametrami $m = 1, \sigma = 3$.