

**matematyka finansowa i ubezpieczeniowa - ćwiczenia**  
**iii rok informatyki i ekonometrii**  
**lista 4**

1. Renta składa się z 30 równych miesięcznych rat płatnych z góry. Stopa nominalna wynosi 15%. Jaka powinna być wysokość raty, aby wartość końcowa renty wyniosła 10 tys. zł, jeśli odsetki kapitalizowane są co miesiąc?
2. Jaka kwotę należy zdeponować dziś na rachunku oprocentowanym według stopy nominalnej 6% przy kapitalizacji kwartalnej, aby po trzech latach móc pobierać po 200 zł na koniec każdego kwartału przez cztery lata?
3. Przez 30 lat na koniec roku dokonywane były wpłaty na rachunek oprocentowany według efektywnej stopy 6%. Pierwszych 10 rat było po 500 zł, drugich 10 - po 700 zł, a ostatnich 10 - po 800 zł. Jaka jest wartość początkowa tej renty?
4. A family wishes to accumulate 50 000 \$ in a college education fund at the end of 20 years. If they deposit 1000 \$ in the fund at the end of each of the first 10 years and  $1000 + X$  \$ in the fund at the end of each of the second 10 years, find  $X$  to the nearest dollar if the fund earns 7% effective.
5. A worker aged 40 wishes to accumulate a fund for retirement by depositing 10 000 \$ at the beginning of each year for 25 years. Starting at age 65 the worker plans to make 15 annual withdrawals at the beginning of each year. Assuming that all payments are certain to be made, find the amount of each withdrawal starting at age 65 to the nearest dollar, if the effective rate of interest is 8% during the first 25 years but only 7% thereafter.
6. Jeśli  $a_{\overline{n}|} = x$  oraz  $a_{\overline{2n}|} = y$ , wyrazić  $d$  jako funkcję  $x$  i  $y$ .
7. Pokazać, że
  - a)  $a_{\overline{m+n}|} = a_{\overline{m}|} + v^m a_{\overline{n}|} = v^m a_{\overline{m}|} + a_{\overline{n}|}$ ;
  - b)  $s_{\overline{m+n}|} = s_{\overline{m}|} + (1+i)^m s_{\overline{n}|} = (1+i)^n s_{\overline{m}|} + s_{\overline{n}|}$ ;
  - c)  $s_{\overline{m-n}|} = s_{\overline{m}|} - (1+i)^m a_{\overline{n}|} = v^n s_{\overline{m}|} - a_{\overline{n}|}$ ;
  - d)  $\ddot{a}_{\overline{n}|} = a_{\overline{n}|} + 1 - v^n$ ;
  - e)  $\ddot{s}_{\overline{n}|} = s_{\overline{n}|} - 1 + (1+i)^n$ .
8. A benefactor leaves an inheritance to four charities, A, B, C and D. The total inheritance is a series of payments at the end of each year forever. During the first  $n$  years A, B and C share each payment equally. All payments after  $n$  years revert to D. If the present values of the shares of A, B, C and D are all equal, find  $(1+i)^n$ .
9. Odsetki kapitalizowane są co miesiąc przy stopie  $i^{(12)} = 6\%$ . Obliczyć wartość początkową renty o 24 ratach po 100 zł płatnych:
  - a) na koniec kolejnych miesięcy;
  - b) na początku kolejnych kwartałów;
  - c) na koniec kolejnych miesięcy z odroczeniem o trzy kwartały;
  - d) na koniec kolejnych półroczy.
10. Wartość początkowa renty o 10 ratach wynosi 10 tys. zł. Jeśli  $i = 5\%$  a raty rosną o 3%, to ile wynosi pierwsza rata?