

Dyskontowanie.

Przykład 1.

Ile należy zainwestować obecnie, aby przy rocznej stopie oprocentowania prostego w wysokości 5% otrzymać po trzech latach 2000 zł?

Dyskontowanie.

Przykład 1.

Ile należy zainwestować obecnie, aby przy rocznej stopie oprocentowania prostego w wysokości 5% otrzymać po trzech latach 2000 zł?

$$P = \frac{2000}{1 + 0,05 \cdot 3} = \frac{2000}{1,15} = 1739,13.$$

Dyskontowanie.

Przykład 1.

Ile należy zainwestować obecnie, aby przy rocznej stopie oprocentowania prostego w wysokości 5% otrzymać po trzech latach 2000 zł?

$$P = \frac{2000}{1 + 0,05 \cdot 3} = \frac{2000}{1,15} = 1739,13.$$

Przykład 2.

Ile należy zainwestować obecnie, aby przy rocznej stopie oprocentowania składanego w wysokości 5% otrzymać po trzech latach 2000 zł?

Dyskontowanie.

Przykład 1.

Ile należy zainwestować obecnie, aby przy rocznej stopie oprocentowania prostego w wysokości 5% otrzymać po trzech latach 2000 zł?

$$P = \frac{2000}{1 + 0,05 \cdot 3} = \frac{2000}{1,15} = 1739,13.$$

Przykład 2.

Ile należy zainwestować obecnie, aby przy rocznej stopie oprocentowania składanego w wysokości 5% otrzymać po trzech latach 2000 zł?

$$P = \frac{2000}{(1 + 0,05)^3} = 1727,68.$$

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

Przyjrzyjmy się dwóm sytuacjom.

- a) Pan A pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie procentowej 7%.
- b) Pan B pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie dyskontowej 7%.

Na czym polega różnica?

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

- a) Jeśli pan A pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie procentowej 7%, to otrzymuje z banku 100 jp i po roku zwraca

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

- a) Jeśli pan A pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie procentowej 7%, to otrzymuje z banku 100 jp i po roku zwraca

$$100 + 7 = 107jp.$$

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

- a) Jeśli pan A pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie procentowej 7%, to otrzymuje z banku 100 jp i po roku zwraca

$$100 + 7 = 107jp.$$

- b) Jeśli pan B pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie dyskontowej 7%, to otrzymuje z banku kwotę

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

- a) Jeśli pan A pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie procentowej 7%, to otrzymuje z banku 100 jp i po roku zwraca

$$100 + 7 = 107jp.$$

- b) Jeśli pan B pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie dyskontowej 7%, to otrzymuje z banku kwotę

$$100 - 7 = 93jp$$

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

- a) Jeśli pan A pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie procentowej 7%, to otrzymuje z banku 100 jp i po roku zwraca

$$100 + 7 = 107jp.$$

- b) Jeśli pan B pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie dyskontowej 7%, to otrzymuje z banku kwotę

$$100 - 7 = 93jp$$

i po roku zwraca

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

- a) Jeśli pan A pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie procentowej 7%, to otrzymuje z banku 100 jp i po roku zwraca

$$100 + 7 = 107jp.$$

- b) Jeśli pan B pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie dyskontowej 7%, to otrzymuje z banku kwotę

$$100 - 7 = 93jp$$

i po roku zwraca 100 jp.

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

- a) Jeśli pan A pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie procentowej 7%, to otrzymuje z banku 100 jp i po roku zwraca

$$100 + 7 = 107jp.$$

- b) Jeśli pan B pożycza z banku 100 jp na rok przy efektywnej stopie dyskontowej 7%, to otrzymuje z banku kwotę

$$100 - 7 = 93jp$$

i po roku zwraca 100 jp.

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

Uwaga: Odsetki są takie same, tylko płacone w różnym czasie, w przypadku a) płacone są na koniec okresu, w przypadku b) płacone są na początku okresu.

- procent - odsetki płacone na koniec okresu (z dołu) na podstawie kapitału początkowego
- dyskonto - odsetki płacone na początku okresu (z góry) na podstawie kapitału końcowego

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

Efektywna stopa dyskontowa (oznaczenie d) - jest to stosunek odsetek płatnych na początku okresu (tzw. dyskonto) do wartości kapitału na koniec okresu.

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

Efektywna stopa dyskontowa (oznaczenie d) - jest to stosunek odsetek płatnych na początku okresu (tzw. dyskonto) do wartości kapitału na koniec okresu.

Efektywna stopa dyskontowa w pierwszym okresie wynosi zatem

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

Efektywna stopa dyskontowa (oznaczenie d) - jest to stosunek odsetek płatnych na początku okresu (tzw. dyskonto) do wartości kapitału na koniec okresu.

Efektywna stopa dyskontowa w pierwszym okresie wynosi zatem

$$d = \frac{A(1) - A(0)}{A(1)}.$$

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

Efektywna stopa dyskontowa (oznaczenie d) - jest to stosunek odsetek płatnych na początku okresu (tzw. dyskonto) do wartości kapitału na koniec okresu.

Efektywna stopa dyskontowa w pierwszym okresie wynosi zatem

$$d = \frac{A(1) - A(0)}{A(1)}.$$

Odpowiednio efektywna stopa dyskontowa w n -tym okresie wynosi

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

Efektywna stopa dyskontowa (oznaczenie d) - jest to stosunek odsetek płatnych na początku okresu (tzw. dyskonto) do wartości kapitału na koniec okresu.

Efektywna stopa dyskontowa w pierwszym okresie wynosi zatem

$$d = \frac{A(1) - A(0)}{A(1)}.$$

Odpowiednio efektywna stopa dyskontowa w n -tym okresie wynosi

$$d_n = \frac{A(n) - A(n-1)}{A(n)}$$

Efektywna stopa dyskontowa, dyskonto.

Efektywna stopa dyskontowa (oznaczenie d) - jest to stosunek odsetek płatnych na początku okresu (tzw. dyskonto) do wartości kapitału na koniec okresu.

Efektywna stopa dyskontowa w pierwszym okresie wynosi zatem

$$d = \frac{A(1) - A(0)}{A(1)}.$$

Odpowiednio efektywna stopa dyskontowa w n -tym okresie wynosi

$$d_n = \frac{A(n) - A(n-1)}{A(n)} = \frac{I_n}{A(n)}.$$

Dwie stopy procentowe lub dyskontowe są równoważne jeżeli przy tym samym kapitale początkowym po tym samym okresie kapitały końcowe przy obu stopach są równe.

Dwie stopy procentowe lub dyskontowe są równoważne jeżeli przy tym samym kapitale początkowym po tym samym okresie kapitały końcowe przy obu stopach są równe.

Równoważność rocznej (okresowej) efektywnej stopy procentowej i rocznej (okresowej) efektywnej stopy dyskontowej oznacza, że ma miejsce równość

Dwie stopy procentowe lub dyskontowe są równoważne jeżeli przy tym samym kapitale początkowym po tym samym okresie kapitały końcowe przy obu stopach są równe.

Równoważność rocznej (okresowej) efektywnej stopy procentowej i rocznej (okresowej) efektywnej stopy dyskontowej oznacza, że ma miejsce równość

$$(1 + i)(1 - d) = 1.$$

Dyskonto handlowe proste

Zasada dyskonta prostego

W przypadku dyskontowania prostego dyskonto obliczane jest od kwoty, którą dłużnik zwróci po ustalonym czasie (kapitału końcowego) proporcjonalnie do tego czasu i jest odejmowane od tej kwoty chwili udzielania pożyczki.

Dyskonto handlowe proste

Zasada dyskonta prostego

W przypadku dyskontowania prostego dyskonto obliczane jest od kwoty, którą dłużnik zwróci po ustalonym czasie (kapitału końcowego) proporcjonalnie do tego czasu i jest odejmowane od tej kwoty chwili udzielania pożyczki.

Niech d oznacza okresową stopę dyskontową, wtedy kwota dyskonta za czas n od kapitału końcowego K wynosi

Dyskonto handlowe proste

Zasada dyskonta prostego

W przypadku dyskontowania prostego dyskonto obliczane jest od kwoty, którą dłużnik zwróci po ustalonym czasie (kapitału końcowego) proporcjonalnie do tego czasu i jest odejmowane od tej kwoty chwili udzielania pożyczki.

Niech d oznacza okresową stopę dyskontową, wtedy kwota dyskonta za czas n od kapitału końcowego K wynosi

$$D = Knd,$$

Dyskonto handlowe proste

Zasada dyskonta prostego

W przypadku dyskontowania prostego dyskonto obliczane jest od kwoty, którą dłużnik zwróci po ustalonym czasie (kapitału końcowego) proporcjonalnie do tego czasu i jest odejmowane od tej kwoty chwili udzielania pożyczki.

Niech d oznacza okresową stopę dyskontową, wtedy kwota dyskonta za czas n od kapitału końcowego K wynosi

$$D = Knd,$$

stąd

$$P = K(1 - nd).$$

W przypadku dyskontowania składanego zależność między kapitałem początkowym a końcowym ma postać

$$P = K(1 - d)^n,$$

gdzie

d - okresowa stopa dyskontowa,

n - czas mierzony w okresach stopy dyskontowej.

Rachunek weksli.

Weksel - jest zobowiązaniem do zapłaty określonej kwoty w ustalonym terminie; ma formę dokumentu sprecyzowaną przepisami prawa; stanowi narzędzie rozliczeń krótkoterminowych (w Polsce po roku 1989).

Rachunek weksli.

Weksel - jest zobowiązaniem do zapłaty określonej kwoty w ustalonym terminie; ma formę dokumentu sprecyzowaną przepisami prawa; stanowi narzędzie rozliczeń krótkoterminowych (w Polsce po roku 1989).

Weksle obecnie używane są

- w transakcjach kupna-sprzedaży,
- przy regulowaniu przez posiadacza weksla innych zobowiązań,
- dla zabezpieczenia określonych umów.

Rachunek weksli.

Rachunek weksli stanowi adaptację ogólnych metod matematyki finansowej dotyczących dyskonta (handlowego prostego) jako opłaty za pożyczkę (adaptacja ta zachowuje matematyczną istotę tych metod, przy wprowadzeniu terminologii związanej z wekslami).

Rachunek weksli.

Rachunek weksli stanowi adaptację ogólnych metod matematyki finansowej dotyczących dyskonta (handlowego prostego) jako opłaty za pożyczkę (adaptacja ta zachowuje matematyczną istotę tych metod, przy wprowadzeniu terminologii związanej z wekslami).

- Wartość nominalna weksla - kwota do zapłaty której zobowiązuje weksel, suma na jaką weksle jest wystawiony.

Rachunek weksli.

Rachunek weksli stanowi adaptację ogólnych metod matematyki finansowej dotyczących dyskonta (handlowego prostego) jako opłaty za pożyczkę (adaptacja ta zachowuje matematyczną istotę tych metod, przy wprowadzeniu terminologii związanej z wekslami).

- Wartość nominalna weksla - kwota do zapłaty której zobowiązuje weksel, suma na jaką weksle jest wystawiony.
- Termin wykupu (spłaty) - termin, w którym weksel ma być spłacony (wykupiony).

Rachunek weksli.

Rachunek weksli stanowi adaptację ogólnych metod matematyki finansowej dotyczących dyskonta (handlowego prostego) jako opłaty za pożyczkę (adaptacja ta zachowuje matematyczną istotę tych metod, przy wprowadzeniu terminologii związanej z wekslami).

- Wartość nominalna weksla - kwota do zapłaty której zobowiązuje weksel, suma na jaką weksle jest wystawiony.
- Termin wykupu (spłaty) - termin, w którym weksel ma być spłacony (wykupiony).
- Wartość aktualna (handlowa weksla) - wartość weksla obliczona na podstawie jego wartości nominalnej przy ustalonej stopie dyskontowej na określony dzień poprzedzający termin wykupu.

Rachunek weksli.

$$P = K(1 - nd)$$

Rachunek weksli.

$$P = K(1 - nd)$$

P

Rachunek weksli.

$$P = K(1 - nd)$$

P - wartość aktualna weksla

Rachunek weksli.

$$P = K(1 - nd)$$

P - wartość aktualna weksla

K

Rachunek weksli.

$$P = K(1 - nd)$$

P - wartość aktualna weksla

K - wartość nominalna weksla

Rachunek weksli.

$$P = K(1 - nd)$$

P - wartość aktualna weksla

K - wartość nominalna weksla

d

Rachunek weksli.

$$P = K(1 - nd)$$

P - wartość aktualna weksla

K - wartość nominalna weksla

d - stopa dyskontowa (najczęściej roczna)

Rachunek weksli.

$$P = K(1 - nd)$$

P - wartość aktualna weksla

K - wartość nominalna weksla

d - stopa dyskontowa (najczęściej roczna)

n

Rachunek weksli.

$$P = K(1 - nd)$$

P - wartość aktualna weksla

K - wartość nominalna weksla

d - stopa dyskontowa (najczęściej roczna)

n - czas do wykupu (najczęściej w latach)

Rachunek weksli.

$$P = K(1 - nd)$$

P - wartość aktualna weksla

K - wartość nominalna weksla

d - stopa dyskontowa (najczęściej roczna)

n - czas do wykupu (najczęściej w latach)

Uwaga: W odniesieniu do weksli czas w latach oblicza się według reguły bankowej tj. jako iloraz dokładnej liczby dni i długości roku bankowego (360 dni).

Rachunek weksli.

Przykład.

Powiedzmy, że wystawiamy dziś weksel o wartości nominalnej 1000 jp z terminem wykupu 3 czerwca 2015 r. Jaką kwotę pożyczki otrzymamy jeśli roczna stopa dyskontowa wynosi 12%?

Rachunek weksli.

Przykład.

Powiedzmy, że wystawiamy dziś weksel o wartości nominalnej 1000 jp z terminem wykupu 3 czerwca 2015 r. Jaką kwotę pożyczki otrzymamy jeśli roczna stopa dyskontowa wynosi 12%?

Rozwiązanie:

$$K = 1000$$

Rachunek weksli.

Przykład.

Powiedzmy, że wystawiamy dziś weksel o wartości nominalnej 1000 jp z terminem wykupu 3 czerwca 2015 r. Jaką kwotę pożyczki otrzymamy jeśli roczna stopa dyskontowa wynosi 12%?

Rozwiązanie:

$$K = 1000 \quad d = 0,12$$

Rachunek weksli.

Przykład.

Powiedzmy, że wystawiamy dziś weksel o wartości nominalnej 1000 jp z terminem wykupu 3 czerwca 2015 r. Jaką kwotę pożyczki otrzymamy jeśli roczna stopa dyskontowa wynosi 12%?

Rozwiązanie:

$$K = 1000 \quad d = 0,12 \quad n =$$

Rachunek weksli.

Przykład.

Powiedzmy, że wystawiamy dziś weksel o wartości nominalnej 1000 jp z terminem wykupu 3 czerwca 2015 r. Jaką kwotę pożyczki otrzymamy jeśli roczna stopa dyskontowa wynosi 12%?

Rozwiązanie:

$K = 1000$ $d = 0,12$ $n = \frac{154-62}{360} = \frac{92}{360}$ (ponieważ 3 czerwca jest 154 dniem roku, odpowiednio 3 marca jest 62 dniem roku).

Rachunek weksli.

Przykład.

Powiedzmy, że wystawiamy dziś weksel o wartości nominalnej 1000 jp z terminem wykupu 3 czerwca 2015 r. Jaką kwotę pożyczki otrzymamy jeśli roczna stopa dyskontowa wynosi 12%?

Rozwiązanie:

$K = 1000$ $d = 0,12$ $n = \frac{154-62}{360} = \frac{92}{360}$ (ponieważ 3 czerwca jest 154 dniem roku, odpowiednio 3 marca jest 62 dniem roku). Wtedy

$$P =$$

Rachunek weksli.

Przykład.

Powiedzmy, że wystawiamy dziś weksel o wartości nominalnej 1000 jp z terminem wykupu 3 czerwca 2015 r. Jaką kwotę pożyczki otrzymamy jeśli roczna stopa dyskontowa wynosi 12%?

Rozwiązanie:

$K = 1000$ $d = 0,12$ $n = \frac{154-62}{360} = \frac{92}{360}$ (ponieważ 3 czerwca jest 154 dniem roku, odpowiednio 3 marca jest 62 dniem roku). Wtedy

$$P = 1000(1 - \frac{92}{360}0,12) =$$

Rachunek weksli.

Przykład.

Powiedzmy, że wystawiamy dziś weksel o wartości nominalnej 1000 jp z terminem wykupu 3 czerwca 2015 r. Jaką kwotę pożyczki otrzymamy jeśli roczna stopa dyskontowa wynosi 12%?

Rozwiązanie:

$K = 1000$ $d = 0,12$ $n = \frac{154-62}{360} = \frac{92}{360}$ (ponieważ 3 czerwca jest 154 dniem roku, odpowiednio 3 marca jest 62 dniem roku). Wtedy

$$P = 1000(1 - \frac{92}{360}0,12) = \dots$$

Rachunek weksli.

Uwaga: Posiadacz weksla nie chcąc czekać na zwrot należności aż do terminu wykupu weksla może go zamienić na gotówkę w banku, który wyrazi zgodę na jego przejęcie, ma wtedy miejsce operacja zwana dyskontowaniem weksla.

Rachunek weksli.

Uwaga: Posiadacz weksla nie chcąc czekać na zwrot należności aż do terminu wykupu weksla może go zamienić na gotówkę w banku, który wyrazi zgodę na jego przejęcie, ma wtedy miejsce operacja zwana dyskontowaniem weksla.

Przykład.

Powiedzmy, że posiadamy weksel o wartości nominalnej 1000 jp z terminem wykupu 3 czerwca 2015 r. Jaką kwotę otrzymamy dyskontując ten weksel w banku, jeśli roczna stopa dyskontowa wynosi 12%?

Rachunek weksli.

Uwaga: Posiadacz weksla nie chcąc czekać na zwrot należności aż do terminu wykupu weksla może go zamienić na gotówkę w banku, który wyrazi zgodę na jego przejęcie, ma wtedy miejsce operacja zwana dyskontowaniem weksla.

Przykład.

Powiedzmy, że posiadamy weksel o wartości nominalnej 1000 jp z terminem wykupu 3 czerwca 2015 r. Jaką kwotę otrzymamy dyskontując ten weksel w banku, jeśli roczna stopa dyskontowa wynosi 12%? Oczywiście

$$P =$$

Rachunek weksli.

Uwaga: Posiadacz weksla nie chcąc czekać na zwrot należności aż do terminu wykupu weksla może go zamienić na gotówkę w banku, który wyrazi zgodę na jego przejęcie, ma wtedy miejsce operacja zwana dyskontowaniem weksla.

Przykład.

Powiedzmy, że posiadamy weksel o wartości nominalnej 1000 jp z terminem wykupu 3 czerwca 2015 r. Jaką kwotę otrzymamy dyskontując ten weksel w banku, jeśli roczna stopa dyskontowa wynosi 12%? Oczywiście

$$P = 1000(1 - \frac{92}{360}0,12) =$$

Rachunek weksli.

Uwaga: Posiadacz weksla nie chcąc czekać na zwrot należności aż do terminu wykupu weksla może go zamienić na gotówkę w banku, który wyrazi zgodę na jego przejęcie, ma wtedy miejsce operacja zwana dyskontowaniem weksla.

Przykład.

Powiedzmy, że posiadamy weksel o wartości nominalnej 1000 jp z terminem wykupu 3 czerwca 2015 r. Jaką kwotę otrzymamy dyskontując ten weksel w banku, jeśli roczna stopa dyskontowa wynosi 12%? Oczywiście

$$P = 1000(1 - \frac{92}{360}0,12) = \dots$$

Rachunek weksli.

Zasada równoważności weksli.

Dwa weksle o wartościach nominalnych K_1 i K_2 są równoważne w ustalonym dniu poprzedzającym ich wykup o czas odpowiednio n_1 oraz n_2 , jeśli wartości aktualne obu weksli obliczone na ten dzień przy stopie dyskontowej d są sobie równe tj.

$$P_1 = K_1(1 - n_1 d) = K_2(1 - n_2 d) = P_2.$$

Rachunek weksli.

Zasada równoważności weksli.

Dwa weksle o wartościach nominalnych K_1 i K_2 są równoważne w ustalonym dniu poprzedzającym ich wykup o czas odpowiednio n_1 oraz n_2 , jeśli wartości aktualne obu weksli obliczone na ten dzień przy stopie dyskontowej d są sobie równe tj.

$$P_1 = K_1(1 - n_1 d) = K_2(1 - n_2 d) = P_2.$$

Uwaga: Weksle, które w ustalonym dniu i przy ustalonej stopie dyskontowej są równoważne nie są równoważne w innym dniu lub przy innej stopie dyskontowej.

Rachunek weksli.

Odnowienie weksla polega na zamianie istniejącego weksla na weksel równoważny o innym terminie wykupu.

Rachunek weksli.

Odnowienie weksła polega na zamianie istniejącego weksła na weksel równoważny o innym terminie wykupu.

$$K_1(1 - n_1d) = K_2(1 - n_2d)$$

Rachunek weksli.

Odnowienie weksla polega na zamianie istniejącego weksla na weksel równoważny o innym terminie wykupu.

$$K_1(1 - n_1d) = K_2(1 - n_2d)$$

stąd

$$K_2 = K_1 \frac{(1 - n_1d)}{(1 - n_2d)}$$

Rachunek weksli.

Odnowienie weksla polega na zamianie istniejącego weksla na weksel równoważny o innym terminie wykupu.

$$K_1(1 - n_1d) = K_2(1 - n_2d)$$

stąd

$$K_2 = K_1 \frac{(1 - n_1d)}{(1 - n_2d)}$$

Ponadto, jeśli $n_1 < n_2$, to

Rachunek weksli.

Odnowienie weksla polega na zamianie istniejącego weksla na weksel równoważny o innym terminie wykupu.

$$K_1(1 - n_1d) = K_2(1 - n_2d)$$

stąd

$$K_2 = K_1 \frac{(1 - n_1d)}{(1 - n_2d)}$$

Ponadto, jeśli $n_1 < n_2$, to $K_1 < K_2$.

Przykład.

Firma Kowalski i Syn dnia 1 lutego 2015 potrzebuje gotówki. Jeśli wystawiając weksel zobowiąże się do zwrotu pewnej kwoty w dniu 2 maja tego roku w zamian otrzyma od banku 9525 zł, jeśli zaś w termin spłaty weksla o tej samej wartości nominalnej będzie o 36 dni późniejszy, otrzyma 190 zł mniej.

- a) Jaką roczną stopę dyskontową stosuje bank oraz jaka jest wartość nominalna rozważanych weksli?
- b) Jaka powinna być data wykupu weksla, aby firma otrzymała co najmniej 9000 zł?

Praca domowa: doczytać o bonach skarbowych.

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Słowo - *efektywna* - w odniesieniu do stopy procentowej lub dyskontowej oznacza, że odsetki naliczane są raz w ciągu okresu, którego ta stopa dotyczy,

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Słowo - *efektywna* - w odniesieniu do stopy procentowej lub dyskontowej oznacza, że odsetki naliczane są raz w ciągu okresu, którego ta stopa dotyczy, zaś - *nominalna* - oznacza, że odsetki kapitalizowane są częściej niż raz (tj. kilka razy).

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Słowo - *efektywna* - w odniesieniu do stopy procentowej lub dyskontowej oznacza, że odsetki naliczane są raz w ciągu okresu, którego ta stopa dotyczy, zaś - *nominalna* - oznacza, że odsetki kapitalizowane są częściej niż raz (tj. kilka razy).

Możemy np. mówić o nominalnej rocznej stopie procentowej 4% z kapitalizacją kwartalną.

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Słowo - *efektywna* - w odniesieniu do stopy procentowej lub dyskontowej oznacza, że odsetki naliczane są raz w ciągu okresu, którego ta stopa dotyczy, zaś - *nominalna* - oznacza, że odsetki kapitalizowane są częściej niż raz (tj. kilka razy).

Możemy np. mówić o nominalnej rocznej stopie procentowej 4% z kapitalizacją kwartalną.

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- *Kapitalizacja odsetek* - oznacza dopisywanie odsetek do kapitału.

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- *Kapitalizacja odsetek* - oznacza dopisywanie odsetek do kapitału.
- *Okres kapitalizacji* - ustalony okres, po którym odsetki podlegają kapitalizacji.

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- *Kapitalizacja odsetek* - oznacza dopisywanie odsetek do kapitału.
- *Okres kapitalizacji* - ustalony okres, po którym odsetki podlegają kapitalizacji.
- *Częstotliwość kapitalizacji* - mówi o tym ile razy odsetki są kapitalizowane w ciągu okresu bazowego stopy procentowej (najczęściej tym okresem jest rok).

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Niech $i^{(m)}$ oznacza roczną nominalną stopę procentową z kapitalizacją odsetek m -krotnie w ciągu roku w równych odstępach czasu.

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Niech $i^{(m)}$ oznacza roczną nominalną stopę procentową z kapitalizacją odsetek m -krotnie w ciągu roku w równych odstępach czasu.

Zatem np.

■ $i^{(2)}$ -

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Niech $i^{(m)}$ oznacza roczną nominalną stopę procentową z kapitalizacją odsetek m -krotnie w ciągu roku w równych odstępach czasu.

Zatem np.

- $i^{(2)}$ - roczna nominalna stopa procentowa z kapitalizacją półroczną;

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Niech $i^{(m)}$ oznacza roczną nominalną stopę procentową z kapitalizacją odsetek m -krotnie w ciągu roku w równych odstępach czasu.

Zatem np.

- $i^{(2)}$ - roczna nominalna stopa procentowa z kapitalizacją półroczną;
- $i^{(12)}$ -

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Niech $i^{(m)}$ oznacza roczną nominalną stopę procentową z kapitalizacją odsetek m -krotnie w ciągu roku w równych odstępach czasu.

Zatem np.

- $i^{(2)}$ - roczna nominalna stopa procentowa z kapitalizacją półroczną;
- $i^{(12)}$ - roczna nominalna stopa procentowa z kapitalizacją miesięczną;

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Jeżeli $i^{(m)}$ jest roczną nominalną stopę procentową, to odsetki za okres kapitalizacji ($\frac{1}{m}$ roku) naliczane są wg. stopy $\frac{i^{(m)}}{m}$ stosując zasadę oprocentowania składanego.

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Jeżeli $i^{(m)}$ jest roczną nominalną stopę procentową, to odsetki za okres kapitalizacji ($\frac{1}{m}$ roku) naliczane są wg. stopy $\frac{i^{(m)}}{m}$ stosując zasadę oprocentowania składanego.

Jak wygląda wzór na wartość kapitału końcowego przy rocznej nominalnej stopie $i^{(m)}$ po upływie n lat?

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Jeżeli $i^{(m)}$ jest roczną nominalną stopę procentową, to odsetki za okres kapitalizacji ($\frac{1}{m}$ roku) naliczane są wg. stopy $\frac{i^{(m)}}{m}$ stosując zasadę oprocentowania składanego.

Jak wygląda wzór na wartość kapitału końcowego przy rocznej nominalnej stopie $i^{(m)}$ po upływie n lat?

$$K = P \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m} \right)^{nm}$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Przykład.

Obliczyć wysokość odsetek od kapitału 2000 jp, za okres dwóch i pół roku, jeśli w tym okresie obowiązywała roczna nominalna stopa procentowa 3% z kapitalizacją półroczną.

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Przykład.

Obliczyć wysokość odsetek od kapitału 2000 jp, za okres dwóch i pół roku, jeśli w tym okresie obowiązywała roczna nominalna stopa procentowa 3% z kapitalizacją półroczną.

rozwiązanie:

$$P = 2000, \quad i^{(2)} = 0,03, \quad n = 2,5.$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Przykład.

Obliczyć wysokość odsetek od kapitału 2000 jp, za okres dwóch i pół roku, jeśli w tym okresie obowiązywała roczna nominalna stopa procentowa 3% z kapitalizacją półroczną.

rozwiązanie:

$$P = 2000, \quad i^{(2)} = 0,03, \quad n = 2,5.$$

Zatem

$$K = 2000$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Przykład.

Obliczyć wysokość odsetek od kapitału 2000 jp, za okres dwóch i pół roku, jeśli w tym okresie obowiązywała roczna nominalna stopa procentowa 3% z kapitalizacją półroczną.

rozwiązanie:

$$P = 2000, \quad i^{(2)} = 0,03, \quad n = 2,5.$$

Zatem

$$K = 2000\left(1 + \frac{0,03}{2}\right)^5$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Przykład.

Obliczyć wysokość odsetek od kapitału 2000 jp, za okres dwóch i pół roku, jeśli w tym okresie obowiązywała roczna nominalna stopa procentowa 3% z kapitalizacją półroczną.

rozwiązanie:

$$P = 2000, \quad i^{(2)} = 0,03, \quad n = 2,5.$$

Zatem

$$K = 2000\left(1 + \frac{0,03}{2}\right)$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Przykład.

Obliczyć wysokość odsetek od kapitału 2000 jp, za okres dwóch i pół roku, jeśli w tym okresie obowiązywała roczna nominalna stopa procentowa 3% z kapitalizacją półroczną.

rozwiązanie:

$$P = 2000, \quad i^{(2)} = 0,03, \quad n = 2,5.$$

Zatem

$$K = 2000 \left(1 + \frac{0,03}{2}\right)^{\frac{5}{2} \cdot 2} =$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Przykład.

Obliczyć wysokość odsetek od kapitału 2000 jp, za okres dwóch i pół roku, jeśli w tym okresie obowiązywała roczna nominalna stopa procentowa 3% z kapitalizacją półroczną.

rozwiązanie:

$$P = 2000, \quad i^{(2)} = 0,03, \quad n = 2,5.$$

Zatem

$$K = 2000\left(1 + \frac{0,03}{2}\right)^{\frac{5}{2} \cdot 2} = 2000(1,015)^5 = \dots$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Przykład.

Obliczyć wysokość odsetek od kapitału 2000 jp, za okres dwóch i pół roku, jeśli w tym okresie obowiązywała roczna nominalna stopa procentowa 3% z kapitalizacją półroczną.

rozwiązanie:

$$P = 2000, \quad i^{(2)} = 0,03, \quad n = 2,5.$$

Zatem

$$K = 2000\left(1 + \frac{0,03}{2}\right)^{\frac{5}{2} \cdot 2} = 2000(1,015)^5 = \dots$$

i ostatecznie

$$I = K - P = \dots$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Wielkość

$$p_m = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

nazywamy

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Wielkość

$$p_m = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

nazywamy rocznym czynnikiem oprocentowującym.

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Wielkość

$$p_m = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

nazywamy rocznym czynnikiem oprocentowującym.

Zauważmy, że:

- a) Ciąg utworzony z wartości kapitału na koniec kolejnych lat oprocentowania składanego z kapitalizacją w podokresach jest ciągiem geometrycznym o ilorazie p_m .

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Wielkość

$$p_m = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

nazywamy rocznym czynnikiem oprocentowującym.

Zauważmy, że:

- a) Ciąg utworzony z wartości kapitału na koniec kolejnych lat oprocentowania składanego z kapitalizacją w podokresach jest ciągiem geometrycznym o ilorazie p_m .
- b) Im większa jest wartość rocznego czynnika oprocentowującego p_m , tym szybciej wraz z czasem rośnie wartość kapitału końcowego.

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- c) Przy ustalonej stopie nominalnej roczny czynnik oprocentowujący p_m jest wyższy, przy krótszym okresie kapitalizacji.

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- c) Przy ustalonej stopie nominalnej roczny czynnik oprocentowujący p_m jest wyższy, przy krótszym okresie kapitalizacji.

Ilustracja do punktu c)

$$i = i^{(1)} = 24\%$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- c) Przy ustalonej stopie nominalnej roczny czynnik oprocentowujący p_m jest wyższy, przy krótszym okresie kapitalizacji.

Ilustracja do punktu c)

$$i = i^{(1)} = 24\% \quad p_1 =$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- c) Przy ustalonej stopie nominalnej roczny czynnik oprocentowujący p_m jest wyższy, przy krótszym okresie kapitalizacji.

Ilustracja do punktu c)

$$i = i^{(1)} = 24\% \qquad p_1 = (1 + 0,24) = 1,24$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- c) Przy ustalonej stopie nominalnej roczny czynnik oprocentowujący p_m jest wyższy, przy krótszym okresie kapitalizacji.

Ilustracja do punktu c)

$$i = i^{(1)} = 24\%$$

$$p_1 = (1 + 0,24) = 1,24$$

$$i^{(2)} = 24\%$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- c) Przy ustalonej stopie nominalnej roczny czynnik oprocentowujący p_m jest wyższy, przy krótszym okresie kapitalizacji.

Ilustracja do punktu c)

$$i = i^{(1)} = 24\%$$

$$p_1 = (1 + 0,24) = 1,24$$

$$i^{(2)} = 24\%$$

$$p_2 =$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- c) Przy ustalonej stopie nominalnej roczny czynnik oprocentowujący p_m jest wyższy, przy krótszym okresie kapitalizacji.

Ilustracja do punktu c)

$$i = i^{(1)} = 24\%$$

$$p_1 = (1 + 0,24) = 1,24$$

$$i^{(2)} = 24\%$$

$$p_2 = \left(1 + \frac{0,24}{2}\right)^2 =$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- c) Przy ustalonej stopie nominalnej roczny czynnik oprocentowujący p_m jest wyższy, przy krótszym okresie kapitalizacji.

Ilustracja do punktu c)

$$i = i^{(1)} = 24\%$$

$$p_1 = (1 + 0,24) = 1,24$$

$$i^{(2)} = 24\%$$

$$p_2 = \left(1 + \frac{0,24}{2}\right)^2 = 1,2544$$

$$i^{(4)} = 24\%$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- c) Przy ustalonej stopie nominalnej roczny czynnik oprocentowujący p_m jest wyższy, przy krótszym okresie kapitalizacji.

Ilustracja do punktu c)

$$i = i^{(1)} = 24\%$$

$$p_1 = (1 + 0,24) = 1,24$$

$$i^{(2)} = 24\%$$

$$p_2 = \left(1 + \frac{0,24}{2}\right)^2 = 1,2544$$

$$i^{(4)} = 24\%$$

$$p_4 =$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- c) Przy ustalonej stopie nominalnej roczny czynnik oprocentowujący p_m jest wyższy, przy krótszym okresie kapitalizacji.

Ilustracja do punktu c)

$$i = i^{(1)} = 24\%$$

$$p_1 = (1 + 0,24) = 1,24$$

$$i^{(2)} = 24\%$$

$$p_2 = \left(1 + \frac{0,24}{2}\right)^2 = 1,2544$$

$$i^{(4)} = 24\%$$

$$p_4 = \left(1 + \frac{0,24}{4}\right)^4 =$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

- c) Przy ustalonej stopie nominalnej roczny czynnik oprocentowujący p_m jest wyższy, przy krótszym okresie kapitalizacji.

Ilustracja do punktu c)

$$i = i^{(1)} = 24\%$$

$$p_1 = (1 + 0,24) = 1,24$$

$$i^{(2)} = 24\%$$

$$p_2 = \left(1 + \frac{0,24}{2}\right)^2 = 1,2544$$

$$i^{(4)} = 24\%$$

$$p_4 = \left(1 + \frac{0,24}{4}\right)^4 = 1,2625$$

Uzasadnienie c).

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Związek pomiędzy roczną efektywną stopą procentową i a równoważną jej roczną nominalną stopą procentową $i^{(m)}$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Związek pomiędzy roczną efektywną stopą procentową i a równoważną jej roczną nominalną stopą procentową $i^{(m)}$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m.$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Związek pomiędzy roczną efektywną stopą procentową i a równoważną jej roczną nominalną stopą procentową $i^{(m)}$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m.$$

Stąd

$$i =$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Związek pomiędzy roczną efektywną stopą procentową i a równoważną jej roczną nominalną stopą procentową $i^{(m)}$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m.$$

Stąd

$$i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Związek pomiędzy roczną efektywną stopą procentową i a równoważną jej roczną nominalną stopą procentową $i^{(m)}$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m.$$

Stąd

$$i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1$$

oraz

$$i^{(m)} =$$

Nominalna stopa procentowa i dyskontowa

Związek pomiędzy roczną efektywną stopą procentową i a równoważną jej roczną nominalną stopą procentową $i^{(m)}$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m.$$

Stąd

$$i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1$$

oraz

$$i^{(m)} = m \cdot \left(\sqrt[m]{1 + i} - 1\right).$$