ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa
III rok matematyki ogólnej
lista 1 zadań domowych - semestr letni 2018/2019
26 marca 2019

1. Funkcja gęstości dana jest wzorem
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{4}x + 2xy + \frac{1}{4}y & \text{dla } (x,y) \in (0,1)\times(0,1) \\ 0 & \text{poza tym.} \end{cases}$$
$P(X > \frac{1}{2}|Y > \frac{1}{2})$ wynosi: a) $\frac{5}{7}$, b) $\frac{3}{4}$, c) $\frac{7}{9}$, d) $\frac{4}{5}$, e) $\frac{9}{11}$.

2. Tarczę strzelniczą umieszczamy na płaszczyźnie ze środkiem tarczy w punkcie $(0,0)$. Punkt trafienia przez strzelca w tarczę ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej $(0,0)$, o takiej samej wariancji obu współrzędnych i o zerowej ich kowariancji. Jakie jest prawdopodobieństwo trafienia przez strzelca w punkt odległy od środka tarczy o mniej niż jedno odchylenie standardowe? (A) $1-\exp(-0,5)$, (B) $(e-1)^{-1}$, (C) $1-\exp(-1)$, (D) $\exp(-1)$, (E) $\exp(-0,5)$.

3. Zmienne losowe X i Y są niezależne. X ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej 0 i wariancji $\frac{1}{2}$. Y ma rozkład wykładniczy o wartości oczekiwanej 1. $P(Y > X^2)$ wynosi:
A) $\frac{1}{2}$, B) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$, C) $\sqrt{\frac{e}{\pi}}$, D) $\frac{1}{\sqrt{e}}$, E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

4. Niech X_1 i X_2 będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie jednostajnym na odcinku $[0,1]$. Rozważmy zmienną losową równą bezwzględnej wartości różnicy pierwotnych zmiennych X_1 i X_2. Wartość oczekiwana μ oraz wariancja σ^2 zmiennej losowej $|X_1 - X_2|$ wynoszą:
A) $\mu = \frac{1}{3}$, $\sigma^2 = \frac{1}{18}$; B) $\mu = \frac{1}{2}$, $\sigma^2 = \frac{1}{12}$; C) $\mu = \frac{1}{2}$, $\sigma^2 = \frac{1}{24}$; D) $\mu = \frac{1}{3}$, $\sigma^2 = \frac{1}{36}$; E) $\mu = \frac{1}{2}$, $\sigma^2 = \frac{1}{6}$.

5. Mamy dwie niezależne zmienne losowe: X oraz Y. Jedna z nich (nie wiadomo która) ma rozkład wykładniczy z wartością oczekiwaną równą 1, pozostała zaś ma rozkład wykładniczy z wartością oczekiwaną równą 2. Iloraz $\frac{E(\max\{X,Y\})}{E(\min\{X,Y\})}$ wynosi:
A) 2, B) 2,5, C) 3, D) 3,5, E) 4.

6. Łączny rozkład zmiennych losowych ma gęstość:
$$f(x,y) = \begin{cases} e^{-x+y} & \text{dla } y > x,\ 0 > x > 1 \\ 0 & \text{poza tym.} \end{cases}$$
$D^2(Y)$ wynosi:
A) 1, B) $\ln 2$, C) e^2, D) $\frac{5}{2}$, E) $\frac{13}{12}$.

7. Niech K będzie zmienną losową taką, że $P(K=k) = \frac{1}{10}$ dla $k = 1,2,\ldots,10$. Niech
$$X_k = \begin{cases} 1 & \text{gdy } K = k \\ 0 & \text{gdy } K \neq k \end{cases}$$
oraz $S_5 = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$. Oblicz $Cov(X_1, S_5)$.
A) $\frac{1}{5}$, B) $\frac{1}{10}$, C) 0, D) $-\frac{1}{20}$, E) $\frac{1}{20}$.

8. Zmienne losowe $X_1, X_2, \ldots, X_n$ są niezależne i mają jednakową wariancję równe σ^2. Niech $U = 3X_1 + X_2 + \ldots + X_n$ i $V = X_1 + X_2 + \ldots + X_{n-1} + 2X_n$. Wyznaczyć współczynnik korelacji między U i V.
A) $\frac{1}{n+8}$, B) $\sqrt{\frac{n+3}{n+8}}$, C) $\frac{n+3}{\sqrt{(n+2)(n+1)}}$, D) $\frac{n+3}{n+8}$, E) $\frac{n+3}{(n+2)(n+1)}$.

termin oddania rozwiązań: 16 kwietnia 2019