

Matematyka w ubezpieczeniach
III rok matematyki finansowej
praca domowa nr.1
17 marca 2014

ZADANIE 1 Znaleźć l_x , jeżeli $l_0 = 1000$ oraz:

- a) $\mu_t = at$;
- b) $\mu_t = \frac{1}{a+bt}$.

ZADANIE 2 Niech X będzie zmienną losową o dystrybucji

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

- a) obliczyć ilość zgonów pomiędzy 45 a 50 rokiem życia przyjmując $l_0 = 100000$ oraz $\lambda = 0,001$;
- b) pokazać, że $q_x = q_{x+1} = q_{x+2} = \dots$

ZADANIE 3 Pokazać, że

$$E(T^2(x)) = 2 \int_0^{\infty} t \cdot {}_t p_x dt.$$

ZADANIE 4 Na podstawie danych zawartych w pliku *lx.txt* (plik dostępny na stronie internetowej) używając akrusza kalkulacyjnego *excel*:

1. obliczyć d_x dla $x = 0, \dots, 110$,
2. obliczyć q_x dla $x = 0, \dots, 110$,
3. policzyć funkcję przeżycia $s(x)$ dla $x = 0, \dots, 110$ oraz narysować jej wykres,
4. używając aproksymacji

$$\mu_x \approx \frac{1}{2}(\ln(l_{x-1}) - \ln(l_{x+1}))$$

- obliczyć wartości funkcji μ_x dla $x = 0, \dots, 110$ oraz narysować jej wykres,
5. narysować wykres funkcji $l_x \mu_x$ i porównać z wykresem funkcji przeżycia,
 6. korzystając z formuły rekurencyjnej $e_x = p_x + p_x e_{x+1}$ wyliczyć wartości e_x dla $x = 0, \dots, 110$ startując od wartości $e_{110} = 0$, oraz narysować wykres tej funkcji.

ZADANIE 5 Powtórzyć obliczenia z zadania 4 przy założeniu, że zmienna losowa X opisująca długość życia noworodka ma rozkład jednostajny na odcinku $[0, 110]$.

Uwaga!

Pracę wykonać należy w zespołach dwuosobowych i oddać w terminie do 3 kwietnia 2014. (zadania 1-3 należy dostarczyć pisemnie, natomiast zadania 4,5 przesłać w postaci pliku).