

procesy stochastyczne
I rok matematyki II stopnia
praca domowa 1 - semestr zimowy 2015/2016
9 marca 2016

1. Niech X, Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie. Pokaż, że $E(X|X+Y) = \frac{X+Y}{2}$.
Uogólnić wynik poprzedniego zadania na przypadek n -zmiennych losowych.

2. Rozpatrzmy $\Omega = [0, 1]$, σ -ciało zbiorów borelowskich i P miarę Lebesgue'a na $[0, 1]$. Opisz $\sigma(Y)$ i znajdź $E[X|Y]$, jeśli

(a) $X(x) = \cos \frac{\pi}{2}x, Y(x) = \sin \pi x,$

(b) $X(x) = e^x, Y(x) = \cos \pi x,$

(c) $X(x) = e^{2x}, Y(x) = \begin{cases} 2 & x \in [0, \frac{1}{2}] \\ 3 & x \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{4}] \\ x & x \in [\frac{3}{4}, 1] \end{cases}$

uwaga:

- za zadanie 1 oraz za poszczególne podpunkty zadania 2 można otrzymać maksymalnie po jednym punkcie;
- przewidziana jest punktacja: $0, \frac{1}{2}$ lub 1pkt;
- zadania można rozwiązywać w podzespołach dwuosobowych;

termin oddania pracy domowej: 22.03.2016;