

**ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa**  
**III rok matematyki**  
**praca domowa 1 - semestr zimowy 2015/2016**  
**21 października 2015**

1. Z ciągu liczb  $1, 2, \dots, N$  wybrano losowo  $n$  liczb  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ . Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia  $\{x_m = M\}$ , gdzie  $m$  i  $M$  są ustalonymi liczbami całkowitymi,  $1 \leq m < n, 1 < M < N$ .
2. Ze zbioru  $M \times M$ , gdzie  $M = \{1, 2, \dots, n\}$  i  $n > 3$ , wybrano w sposób losowy parę uporządkowaną  $(x, y)$ . Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzeń  $A_2 = \{x^2 - y^2 \text{ dzieli się przez } 2\}$  i  $A_3 = \{x^2 - y^2 \text{ dzieli się przez } 3\}$ . Które z powyższych zdarzeń jest bardziej prawdopodobne?
3. W wyborach brało udział dwóch kandydatów. Do urny wrzucono  $n$  kartek z głosem na pierwszego kandydata i  $m$  kartek z głosem na drugiego kandydata, gdzie  $n > m$ . Jakie jest prawdopodobieństwo, że podczas obliczania wyników głosowania liczba aktualnie policzonych głosów na pierwszego kandydata będzie cały czas większa od liczby aktualnie policzonych głosów na drugiego kandydata?
4. (problem roztargnionej sekretarki inaczej) Do  $n$  zaadresowanych kopert włożono w sposób losowy  $n$  listów do różnych adresatów, przy czym ( $n \geq 2$ ). Jakie jest prawdopodobieństwo, że żaden z dwóch ustalonych adresatów nie dostanie właściwego listu.
5. (problem roztargnionej sekretarki inaczej) Do  $n$  zaadresowanych kopert włożono w sposób losowy  $n$  listów do różnych adresatów, przy czym ( $n \geq 2$ ). Jakie jest prawdopodobieństwo, że dokładnie  $m$  ustalonych adresatów otrzyma właściwy list.

**uwaga:**

- za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 1 punkt;
- przewidziana jest punktacja:  $0, \frac{1}{2}$  lub 1pkt;
- zadania należy rozwiązywać w podzespołach dwuosobowych;

termin oddania rozwiązań: 6.11.2014.