

statystyka ćwiczenia
II rok matematyki finansowej
praca domowa 2 - semestr letni 2018/2019
8 kwietnia 2019

1. Populacja generalna ma rozkład normalny z wartością oczekiwaną równą m i odchyleniem standardowym równym σ . Jak liczną próbę należy wylosować z tej populacji, aby prawdopodobieństwo, że średnia arytmetyczna obliczona na podstawie tej próby będzie różniła się od wartości oczekiwanej o więcej niż jedno odchylenie standardowe, było co najwyżej równe 0,05?
2. Z dwóch populacji o rozkładach z parametrami równymi odpowiednio: $E(X_1) = 7$ i $D(X_1) = 1$ oraz $E(X_2) = 6$ i $D(X_2) = 3$ pobrano niezależnie próby losowe liczące po 50 elementów. Obliczyć prawdopodobieństwo, że różnica średnich z pierwszej i drugiej próby nie przekroczy 0,5.
3. Czas potrzebny do przygotowania i obrony pracy dyplomowej na pewnej specjalności jest zmienną losową o rozkładzie normalnym z odchyleniem standardowym równym 2,5 miesiąca. W ciągu 2018r. na tej specjalności broniło licencjat 17 osób. Jakie jest prawdopodobieństwo, że odchylenie standardowe czasu potrzebnego do przygotowania i obrony pracy dyplomowej dla tej grupy przekroczyło 3,5 miesiąca?
4. Niech X będzie zmienną losową o rozkładzie dwumianowym z parametrami p i n ($0 < p < 1$, $n \in \mathbb{N}$). Dla jakiej wartości c statystyka $T = c(X/n)(1 - X/n)$ jest estymatorem nieobciążonym parametru $\theta = p(1 - p)$?
5. Niech badana cecha X ma rozkład gamma z nieznanymi obu parametrami ($p, \beta > 0$) o gęstości :

$$f(x; p, \beta) = \begin{cases} \frac{\beta^p}{\Gamma(p)} x^{p-1} e^{-\beta x} & \text{dla } x > 0 \\ 0 & \text{dla } x \leq 0 \end{cases}$$

Na podstawie n -elementowej próby prostej, pobranej z populacji, w której cecha X ma dany rozkład, wyznaczyć metodą momentów estymatory \hat{p} i $\hat{\beta}$ parametrów p i β .

6. W celu zbadania wieku lekarzy zatrudnionych na wsi i w mieście pobrano losowo dwie próby: 9-elementową próbę lekarzy wiejskich i 8-elementową próbę lekarzy miejskich. Średni wiek lekarzy wiejskich wynosił 42 lata, a lekarzy miejskich - 46 lat. Odchylenie standardowe w rozkładzie wieku ogółu lekarzy zatrudnionych na wsi i w mieście wynosi 5,4 roku. Zakładając, że rozkład wieku ogółu lekarzy jest normalny, zbudować przedział ufności dla przeciętnego wieku ogółu lekarzy (miejskich i wiejskich łącznie), przyjmując współczynnik ufności 0,98.

Uwaga:

- za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 1 punkt przeliczeniowy;
- przewidziana jest punktacja: $0, \frac{1}{2}$ lub 1pkt;
- zadania można rozwiązywać w podzespołach dwuosobowych.

termin oddania pracy domowej: 25 kwietnia 2019.