

**ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa**  
**III rok matematyki**  
**praca domowa 3 - semestr zimowy 2015/2016**  
**25 listopada 2015**

1. Dowieść, że dla schematu Bernoulliego z  $p = \frac{1}{2}$  mamy

$$\frac{1}{2\sqrt{n}} < P_{2n}(n) < \frac{2}{\sqrt{2n+1}}.$$

2. Niech  $P$  będzie maksymalnym prawdopodobieństwem w schemacie Bernoulliego  $(n, p)$ , zaś  $P'$  - maksymalnym prawdopodobieństwem w schemacie Bernoulliego  $(n+1, p)$ . Dowieść, że  $P' \geq P$ . Kiedy jest osiągnana równość?
3. Dysponujemy monetą, przy rzucaniu którą "orzec" i "reszka" pojawiają się odpowiednio z prawdopodobieństwami  $p$  i  $1-p$ . Rzucamy tą monetą  $n$  razy. Niech  $A = \{ \text{przy pierwszym doświadczeniu wyrzuciliśmy orła} \}$ ,  $A_k = \{ \text{w przeprowadzonych doświadczeniach wyrzuciliśmy dokładnie } k \text{ orłów} \}$ . Przy jakiej zależności pomiędzy  $n, p$  i  $k$  zdarzenia  $A$  i  $A_k$  są niezależne?
4. Dwóch graczy rozgrywa 20 partii. Prawdopodobieństwo wygrania dowolnej partii jest równe 0,3 dla każdego z graczy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że 12:8.

**uwaga:**

- za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 1 punkt;
- przewidziana jest punktacja:  $0, \frac{1}{2}$  lub 1pkt;
- zadania należy rozwiązywać w podzespołach dwuosobowych;

termin oddania rozwiązań: 11 grudnia 2015.