

ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa
III rok matematyki
praca domowa 5 - semestr letni 2015/2016
6 kwietnia 2016

1. Dane są dwa ciągi zmiennych losowych (X_n) , (Y_n) , gdzie $X_n \sim Cauchy(0, \frac{1}{n})$, natomiast $Y_n \sim Cauchy(0, n)$. Zbadaj zbieżność tych ciągów według rozkładu.
2. Niech (X_n) będzie ciągiem zmiennych losowych dla których z prawdopodobieństwem 1 mamy $|X_n| \leq c < \infty$. Dowieść, że $X_n \rightarrow 0$ według prawdopodobieństwa wtedy i tylko wtedy, gdy $\lim_{n \rightarrow \infty} E(|X_n|) = 0$.
3. Załóżmy, że zmienne losowe X, Y, X_n, Y_n są całkowalne z kwadratem ($n, m = 1, 2, \dots$), przy czym $X_n \xrightarrow{L_2} X$ oraz $Y_n \xrightarrow{L_2} Y$. Pokazać, że
 - a) $X_n \xrightarrow{L_1} X$;
 - b) $X_n Y_n \xrightarrow{L_2} XY$.
4. Wyznaczyć funkcję tworzącą zmiennej losowej X o rozkładzie Pascala tj. o rozkładzie ujemnym dwumianowym z parametrem $p \in (0, 1)$ oraz $n \in \mathbb{N}$. Następnie obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję tej zmiennej losowej.

uwaga:

- za każdy podpunkt w zadaniu 3 oraz za pozostałe zadania można otrzymać maksymalnie 1 punkt;
- przewidziana jest punktacja: $0, \frac{1}{2}$ lub 1pkt;
- zadania należy rozwiązywać w podzespołach dwuosobowych;

termin oddania rozwiązań: 20. 04. 2015.