ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa
III rok matematyki
praca domowa 6 - semestr letni 2015/2016
24 maja 2016

1. Zmienne losowe $X_1, X_2, \ldots,$ są niezależne i $P(X_k = k) = P(X_k = -k) = \frac{1}{2}$. Niech $s_n^2 = \sum_{k=1}^{n} D^2(X_k)$. Zbadać zbieżność według rozkładu ciągu
$$\frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{s_n}.$$
2. Dane są ciągi $\{X_n\}$ i $\{Y_n\}$ niezależnych zmiennych losowych, przy czym $P(X_n = \frac{1}{n^\alpha}) = P(X_n = -\frac{1}{n^\alpha}) = p$, $P(X_n = 0) = 1 - 2p$, $0 < p < \frac{1}{2}$, $\frac{1}{3} < \alpha \leq \frac{1}{2}$, $P(Y_n = \sqrt{n}) = P(Y_n = -\sqrt{n}) = \frac{1}{2}$. Dowieść, że każdy z tych ciągów spełnia CTG.
3. Podać przykład zmiennych losowych X_n, Y_n, X, Y takich, że $X_n \stackrel{D}{\to} X$, $Y_n \stackrel{D}{\to} Y$, ale nieprawda, że $X_n + Y_n \stackrel{D}{\to} X + Y$.
4. Udowodnić, że jeśli n-wymiarowa zmienna losowa $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ ma rozkład ciągły, to wszystkie rozkłady brzegowe k-wymiarowych zmiennych losowych $(X_{i_1}, X_{i_2}, \ldots, X_{i_k})$ $(k = 1, 2, \ldots, n-1; 1 \leq i_1 < i_2 < \ldots, i_k \leq n)$ są ciągłe.
5. Podać przykład, że znajomość rozkładów brzegowych nie wystarcza do odtworzenia pierwotnego rozkładu.

uwaga:

- za zadania można otrzymać maksymalnie 1 punkt;
- przewidziana jest punktacja: $0, \frac{1}{2}$ lub 1pkt;
- zadania należy rozwiązywać w podzespołach dwuosobowych;

termin oddania rozwiązań: 07. 06. 2015.