

**PROSEMINARIUM MATEMATYKI ELEMENTARNEJ**  
**Lista 11**

1. Udowodnij, że  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 1) = 0$  korzystając z:

- 1) definicji Heinego
- 2) definicji Cauchy'ego.

2. Oblicz granice:

1)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 1)$

2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x^2+1}$

4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 2x)$

5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$

6)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x}$

7)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x-1}}$

8)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$

9)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x-4}{3x+2} \right)^{\frac{x+1}{3}}$

10)  $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e}$

11)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{\sin 4x}$

12)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \sin 5x}{5x}$

13)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{\sin 3x}{x} + 1}$

14)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

15)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{25^x - 9^x}{5^x - 3^x}$

16)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - \sqrt{x^2 - x})$

17)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^2 + 3}{4x^2}$

18)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{2}{x}}$

19)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 + x^2 - x + 1}$

20)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3}{1-x^3} + \frac{1}{x-1} \right)$

21)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

22)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x-3}{x+2} \right)^{2x+1}$

23)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{1 - \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}$

24)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 7x + 3})$

25)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x}$

26)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{1+x} + 2}{\sqrt{1+x^2}}$

3. Zbadaj istnienie granic:

1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos x$

2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{\pi}{x}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3}$

4)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{|x-3|}$

5)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{4-x^2}$