

**ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa  
i rok informatyki i ekonometrii  
lista 4**

1. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana z odcinka  $[-\pi, \pi]$  liczba  $x$  należy do dziedziny funkcji  $f(x) = \frac{\ln(1-2\cos x)}{\sqrt{\sin^2 x - \frac{1}{2}}}$ .

2. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że pierwiastki równania

$$x^2 + 2bx + c = 0$$

są rzeczywiste, jeśli liczby  $b$  i  $c$  zostały wybrane losowo z przedziału  $[0, 1]$ ?

3. W dany kwadrat o boku  $2a$  wpisujemy koło, a następnie w koło kolejny kwadrat. Wybieramy losowo punkt z większego kwadratu. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wybrany punkt należy do kwadratu mniejszego.
4. Z odcinka o długości 1 wybrano losowo dwa punkty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ani jedna z otrzymanych w ten sposób części nie będzie krótsza od  $a$ , gdzie  $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$ ?
5. Odcinek długości  $l$  dzielimy losowo na trzy części. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że z uzyskanych odcinków można zbudować trójkąt?
6. Na odcinku  $AB$  o długości jednostkowej umieszczono losowo dwa punkty  $L$  i  $M$ . Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że z  $L$  jest bliżej do  $M$  niż do  $A$ .
7. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma dwóch na chybił trafił wybranych liczb dodatnich, z których każda jest nie większa od jedności, jest nie większa od jedności, a ich iloczyn jest nie większy od  $\frac{2}{9}$ ?

**zadania do samodzielnego rozwiązania:**

1. Na odcinku  $[0, 1]$  umieszczamy losowo i niezależnie punkty  $x$  i  $y$ . Niech  $A$  będzie zdarzeniem polegającym na tym, że  $x^2 + y^2 \leq 1$ , natomiast  $B$  zdarzeniem polegającym na tym, że  $x < y$ . Czy zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne?
2. Monetę o promieniu  $r$  rzucamy na parkiet utworzony z przystających kwadratów o boku  $2a$ . Obliczyć prawdopodobieństwo, że moneta przykryje przynajmniej dwa kwadraty, jeśli  $r < a$ .
3. Na odcinku o długości jednostkowej wybrano losowo dwa punkty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że odległości pomiędzy nimi jest nie mniejsza od  $x$ , gdzie  $0 \leq x \leq 1$ ?